КОНСУЛЬТАЦИИ

УДК 37.013.75

Н. И. Попов

ОБ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МОДЕЛИ ОБУЧАЮЩЕЙ ТЕХНОЛОГИИ ПО ТРИГОНОМЕТРИИ ПРИ ОБУЧЕНИИ СТУДЕНТОВ-МАТЕМАТИКОВ

Аннотация. Статья посвящена вопросам преподавания в вузах тригонометрии – раздела элементарной математики, имеющего достаточно сложную иерархическую структуру. По причине насыщенного содержания дисциплины при ее изучении, с одной стороны, каждый отдельный подлежащий усвоению блок может быть разбит на относительно самостоятельные темы. С другой стороны, поскольку курс тригонометрии весьма проблематично рассматривать в отрыве от метода координат, геометрии, математического анализа, при преподнесении студентам каждой новой порции учебного материала преподавателю полезно продумывать и демонстрировать его связи с другими темами и предметами.

Предлагается модель обучающей технологии по тригонометрии, которая позволяет оптимально выстраивать учебный процесс, управлять им и получать высокие результаты в соответствии с запланированными целями. В ходе разработки и апробации модели были созданы и освоены специальный электронный образовательный ресурс и методика определения ключевых (значимых) примеров и упражнений систем математических задач. Поскольку у таких упражнений много пересечений с другими заданиями, им следует уделить особое внимание при теоретическом разборе учебного материала и практическом закреплении навыков решения задач. Даже при определенном дефиците времени подобная наработка необходима. Она приносит большую пользу: существенно улучшаются результаты обучения в целом и обеспечивается успешность дальнейшей учебной деятельности.

Анализ проводившихся в течение нескольких лет контрольных работ, анкетирование студентов и выполнение ими компьютерных тестов подтверждают эффективность внедрения модели обучающей технологии по тригонометрии на старших курсах математических специальностей в целях повышения качества образования. На основе проведенной опытно-экспериментальной работы автором статьи был разработан учебно-методический комплекс фундаментального курса «Основы тригонометрии».

Ключевые слова: модель обучающей технологии по тригонометрии.

Abstract. The paper is devoted to trigonometry teaching in higher school as a part of the elementary mathematics course with a complex hierarchical structure. Due to the complicated content of the given discipline, each of its modules can be divided into separate themes; though, the teacher should emphasize their interrelations, as well as the links with the coordinate method, geometry and mathematical analysis.

The recommended training technology model allows the teacher to build up and control the training process, and achieve good results in accordance with the assigned tasks. In the course of the model approbation, the author developed the e-learning resource and identification method for selecting the key mathematical examples and exercises for each theme and module.

The analysis of students' tests and questionnaires conducted for several years proves the effectiveness of the designed model for the senior university students of mathematical profile. Based on the research findings, the author developed the educational methodology complex for the *Basics of Trigonometry* course.

Keywords: training technology model for teaching trigonometry.

Проблеме анализа ведущих концепций образования, методов и моделей обучения и воспитания в научно-методической литературе посвящено немало работ [6, 13, 14 и др.]. В университетах, где образование отличается фундаментальностью, к профессиональной подготовке математиков необходим комплексный подход, в котором органично сочетались бы психолого-педагогические теории, дидактические принципы обучения, информационные технологии и методики преподавания математических дисциплин. Так, преподаватель, обучающий студентов тригонометрии, не должен упускать из виду главную стратегическую цель своей деятельности – усвоение обучаемыми фундаментальных математических знаний по изучаемому разделу. При этом, кроме достижения данной цели, перед педагогом и студентами стоит целый ряд дидактических задач:

- повысить качество математических знаний;
- сформировать логико-алгоритмическое мышление;
- освоить знания, умения и навыки выполнения практических заданий;
- повысить уровень познавательной активности;
- уменьшить время усвоения учебного материала;
- индивидуализировать обучение и самообразование;
- сформировать исследовательские навыки.

Чтобы освоение материала было осмысленным, а очередные задания и возможности их выполнения были вполне понятны студентам, процесс обучения решению математических задач, подобно исследованию математических моделей профессиональных задач, должен осуществляться поэтапно [10]. На первом этапе следует использовать задачи, закрепляющие навыки их решения на алгоритмическом уровне, на втором – формирующие умения справляться с ними эвристическими способами, на третьем – ориентированные на творческое выполнение прикладных и практических заданий.

Тригонометрия – раздел элементарной математики, имеющий достаточно сложную иерархическую структуру, между множественными элементами которой существуют разнообразные отношения взаимообусловленности и взаимозависимости [подробнее см. 9,11,12]. Классификацию составляющих данной иерархии можно найти как в нашем пособии [9], так и, например, в публикации А. И. Азарова [1]. По причине сложного, насыщенного содержания дисциплины при ее изучении, с одной стороны, каждый отдельный блок может быть разбит на относительно самостоятельные, хотя и имеющие устойчивые взаимосвязи темы. С другой стороны, поскольку курс тригонометрии весьма проблематично рассматривать в отрыве от метода координат, геометрии, математического анализа, при преподнесении студентам каждой новой порции учебного материала преподавателю полезно продумывать и демонстрировать его связи с другими темами и предметами.

Теория поэтапного формирования умственных действий, обобщенная П. Я. Гальпериным [4], и положение о том, что эффективное усвоение знаний и развитие интеллектуальных качеств зависят как от познавательной активности учащихся, так и от суммы накопленных ими конкретных приемов и способов выполнения практических заданий и упражнений, были положены нами в основу проектирования модели обучающей технологии по тригонометрии. Ее достоинствами являются:

- создание условий для работы обучаемого в индивидуальном темпе;
- сокращение времени формирования у студентов умений и навыков за счет показа им образцового выполнения разучиваемых математических действий;
- достижение высокой автоматизации предпринимаемых шагов решения в связи с их алгоритмизацией;
- обеспечение прозрачного контроля качества выполнения как математического действия в целом, так и его отдельных операций;
- возможность при необходимости быстрой коррекции методики обучения с целью ее оптимизации, т. е. оперативность управления учебным процессом [10].

Как известно, метод поэтапного формирования умственных действий имеет и позитивные, и негативные стороны. К последним следует отнести ограничения в усвоении теоретических знаний, сложность разработки методического обеспечения, формирование у обучаемых стереотипных мыслительных и моторных действий в ущерб развитию их творческого потенциала. Как максимально нивелировать отрицательные моменты и издержки, показано, в частности, в работах А. И. Азарова, В. И. Андреева, А. Я. Блоха и др. [1–3, 9], послуживших нам в качестве теоретического и методического обеспечения при построении модели обучающей технологии по тригонометрии. Данная модель схематично изображена на рис. 1.

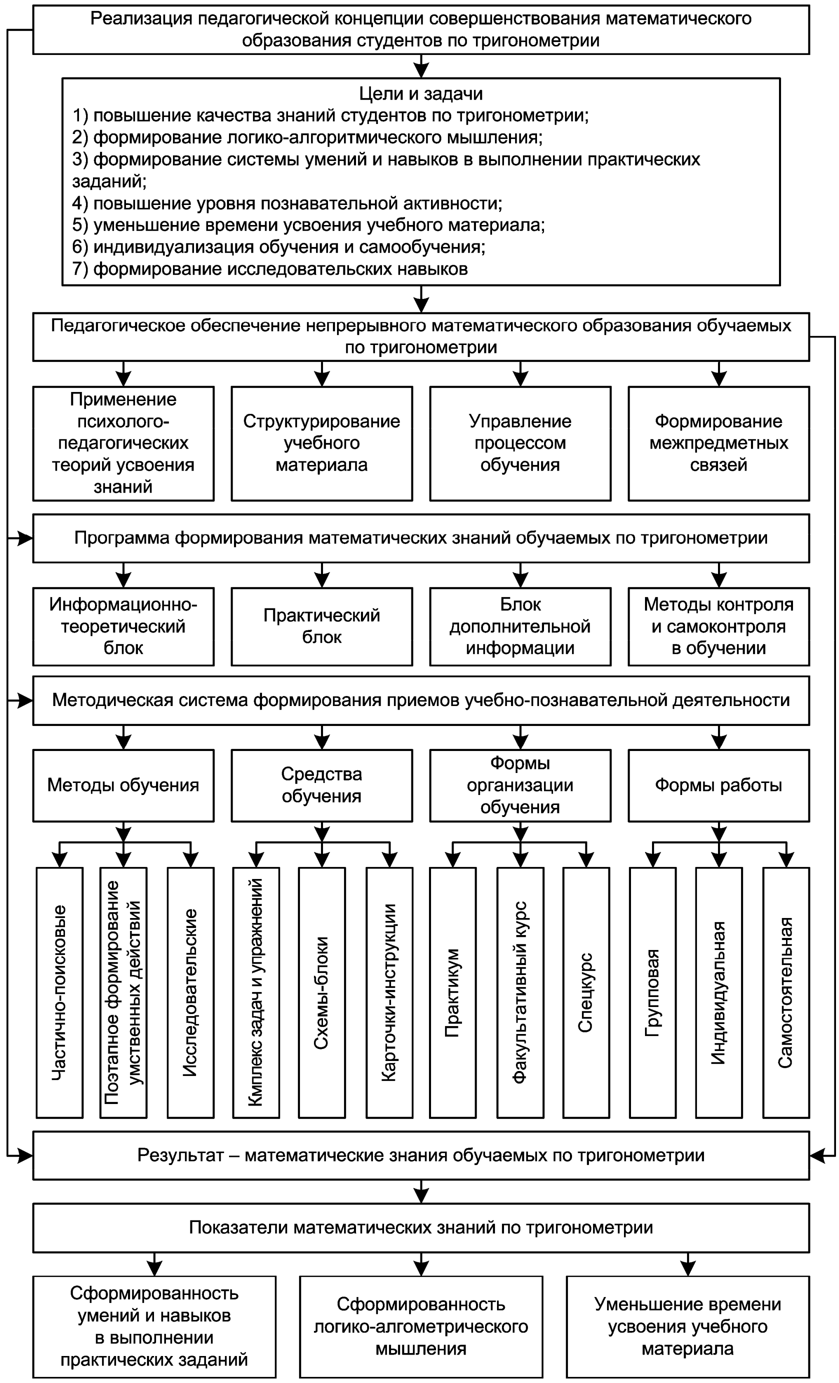

Рис. 1. Модель обучающей технологии по тригонометрии

Эффективность ее применения зависит от соблюдения ряда условий:

- конкретного описания конечного результата действия и его характеристик;
- подбора заданий и упражнений, обеспечивающих формирование нужного действия;
- точного определения порядка выполнения всех исполнительных и ориентировочных операций, входящих в действие;
- правильности и полноты ориентировочной основы деятельности.

Процесс решения какого-либо математического задания предполагает выполнение некоторой последовательности операций, каждая из которых соответствует вполне определенному объему необходимых для этого знаний. Порядок действий определяется алгоритмом, пошагово разбивающим математические задания на *элементарные составляющие*. В диссертации А. Н. Марасанова [8] показано, что такое разбиение упражнений и заданий на простейшие составляющие при конструировании текущих и контрольных работ позволяет, во-первых, учесть все обязательные требования программы и запланированные дидактические цели; а во-вторых, своевременно на промежуточных этапах учебного процесса обнаруживать у учащихся пробелы в знаниях.

Приведем в качестве примера один из вариантов контрольной работы по тригонометрии, состоящей из трех частей, отличающихся сложностью заданий. Задачи, предложенные в первой и во второй частях, предполагают умение использовать понятие тригонометрической окружности для сравнения простейших числовых выражений. Такой тип задач направлен на проверку усвоения свойств изучаемых функций и навыков выполнения тождественных преобразований, а также умений решать уравнения и выполнять операции с обратными тригонометрическими функциями, которые, как правило, вызывают затруднения у обучаемых.

В третьей части контрольной работы проверяются навыки решения уравнений с параметрами, умение студентов применять нестандартные и функциональные методы решения тригонометрических уравнений.

Вариант контрольной работы

Часть 1

1. Сравните числа sin 2 и sin 7.

2. Найдите множество значений функции $y=\frac{5}{3}-\frac{5}{3}\cos^4\left(\frac{7\pi}{3}-2x\right)$.

3. Вычислите $\cos\left(7\pi-2\operatorname{arcctg}(-3)\right)$.

Часть 2

4. Решите уравнение $\sin\frac{5\pi}{6}\cos 6x=\sin\left(\frac{7\pi}{2}+2x\right)\cdot\sin\left(-\frac{3\pi}{2}\right)$.

5. Упростите выражение $\frac{\operatorname{tg}15^\circ+\operatorname{ctg}15^\circ}{\sin 15^\circ\cdot\sin 75^\circ}$.

6. При условии, что $\sin\alpha+\cos\alpha=m$, упростите выражение $\frac{1+\cos 2\alpha}{\operatorname{ctg}\left(\frac{\alpha}{2}\right)-\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$.

7. Найдите множество значений функции $y=\frac{18}{\pi}\operatorname{arctg}\left(\frac{1+\sin x-\sqrt{3}\cos x}{\sqrt{3}}\right)$.

Часть 3

8. Решите уравнение $\log_2\left(3+2x-x^2\right)=\operatorname{tg}^2\frac{\pi x}{4}+\operatorname{ctg}^2\frac{\pi x}{4}$.

9. Решите уравнение $2\left(\sin^6 x+\cos^6 x\right)-3\left(\sin^4 x+\cos^4 x\right)=\cos 2x$.

10. Найдите все значения параметра a, при которых имеет хотя бы одно решение уравнение $\sin^4 x+\cos^4 x=\frac{1}{4}\left(a^2+a+3\right)$.

Система обучения, в основу которой положено использование унифицированных программ и методик, не может обеспечить полноценного развития каждого обучаемого. Педагог в образовательном процессе имеет дело со студентами, у которых различные интересы, склонности, особенности темперамента, мышления и памяти, эмоциональной сферы. При традиционной системе обучения эти особенности учитывать сложно. Необходимую дифференциацию за счет деления потоков на подвижные и относительно гомогенные по составу группы предусматривает технология разноуровневого обучения (также активно использовавшаяся при разработке нашей модели). Каждая из групп учащихся овладевает программным материалом в различных образовательных областях на базовом и вариативном уровнях. Базовый уровень определяется федеральным государственным образовательным стандартом, вариативный – носит творческий характер, который должен быть не ниже базового уровня.

Методический подход, основанный на разноуровневом обучении, реализован нами на практике с помощью электронного образовательного ресурса (ЭОР) по тригонометрии при обучении студентов-математиков в Марийском государственном университете [11]. Сценарий ЭОР был составлен из следующих разделов:

- структурированный теоретический материал;
- практические задания;
- справочный материал;
- тесты для самоконтроля с указанием правильно и неправильно выполненных заданий;
- типовые упражнения и задачи для самостоятельного решения с ответами.

Наша педагогическая практика и накопленный в ходе апробации модели опыт показывают, что для занятий по данной дисциплине наиболее эффективны такие методы обучения, как объяснительно-иллюстративный, репродуктивный, частично-поисковый и исследовательский. Они позволяют эффективно выстраивать учебный процесс и получать результаты в соответствии с поставленными целями.

Для повышения качества математических знаний студентов по тригонометрии целесообразно использовать в учебном процессе и диагностико-технологический подход, опираясь на так называемую «диаграмму сильных связей». После проведенного контрольного среза знаний студенческие работы подвергаются всестороннему анализу, в котором в качестве ключевого фактора выступает степень тесноты связей между упражнениями контрольной работы и применяется *t*-критерий для определения достоверности этих связей [12]. Техническая процедура подобных вычислений довольно громоздкая и осуществляется с помощью специальной компьютерной программы. Матрица значений *t*-критерия служит основой для построения круговой диаграммы сильных связей между контрольными заданиями. При анализе диаграммы следует особое внимание обращать на упражнения, имеющие много связей с другими заданиями работы и дающие невысокий средний балл при ее выполнении. Они являются в определенном смысле резервными. Если таким задачам при повторении уделять особое внимание, прибегая как к теоретическому разбору соответствующего им учебного материала, так и к практическому закреплению умений и навыков их решения, то это приведет к существенному улучшению результатов выполнения не только непосредственно этих заданий, но и тех задач, с которыми они имеют сильные связи. Естественным следствием этого будет изменение в лучшую сторону качества выполнения студентами последующей работы в целом. Поэтому выявленные резервные задания наиболее значимы: именно они определяют успех дальнейшей учебной деятельности. Наши исследования внутрипредметных связей при изучении тригонометрии показали, что выявление ключевых заданий или упражнений и их наработка даже при определенном дефиците времени позволяют заметно повысить уровень знаний обучаемых [12].

На физико-математическом факультете Марийского государственного университета с 2006 по 2011 г. была проведена экспериментальная работа по апробации модели обучающей технологии по тригонометрии. Всего в эксперименте было задействовано 106 студентов специальности «Математика» последнего года обучения, осваивающих спецкурс «Основы тригонометрии». Наблюдения результатов в контрольных группах производились с 2006 по 2008 г., в экспериментальных – с 2008 по 2010 г., включительно. Наша цель состояла в доказательстве, что использование модели обучающей технологии и методики определения ключевых примеров и упражнений по тригонометрии способствуют развитию различных форм мыслительной деятельности, общих интеллектуальных умений и творческих способностей обучаемых, т. е. повышают качество математической подготовки выпускников университета. Была выдвинута следующая гипотеза: студенты прошедшие курс обучения на основе обучающей технологии по тригонометрии, разработанной с учетом современного обеспечения учебного процесса, более прочно овладевают необходимыми знаниями, умениями и навыками, чем обучаемые контрольных групп.

В экспериментальных группах студенты, помимо обычных учебников и учебных пособий [см., напр., 1, 3, 7, 9, 13], использовали в качестве средства обучения специальные конспект-схемы, карточки-инструкциии, ЭОР по тригонометрии. Кроме того, перед проведением контрольных работ на консультациях с ними прорабатывался учебный материал, исходя из выявленных в комплексе математических задач ключевых (значимых) примеров и упражнений. Наряду с традиционными формами проверки знаний использовались компьютерные тесты. Такой вид контроля и самоконтроля культивирует сознательное отношение к изучению дисциплины и заметно блокирует формальный подход к усвоению математических понятий.

Учебный процесс в контрольных группах был организован традиционно, т. е. без введения экспериментального фактора.

После проведенного среза знаний участников эксперимента их работы были подвергнуты всестороннему исследованию и анализу. Результаты выполнения итоговых работ студентов физико-математического факультета за 2006–2010 гг. по спецкурсу «Основы тригонометрии» представлены в таблице. В верхней строке указан номер задания, в двух следующих строках приведены средние баллы обучаемых за каждое задание, в последней строке – указан максимальный балл за задание.

Из полученных данных следует, что студенты экспериментальных групп намного лучше справились с заданиями итоговой контрольной работы. Графическая интерпретация ее результатов в экспериментальных и контрольных группах представлена на рис. 2.

Итоги контрольных работ по тригонометрии (2006–2010 гг.)

Задания	Контрольные группы (2006–2008 гг.)	Экспериментальные группы (2008–2010 гг.)	Максимальный балл
№ 1	0,92	1,00	1,00
№ 2	0,95	1,00	1,00
№ 3	0,91	0,96	1,00
№ 4	1,29	1,40	2,00
№ 5	1,89	2,00	2,00
№ 6	1,80	2,00	2,00
№ 7	1,32	1,47	2,00
№ 8	2,01	2,39	3,00
№ 9	2,19	2,75	3,00
№ 10	1,35	2,26	3,00
Итого	14,63	17,22	20,00

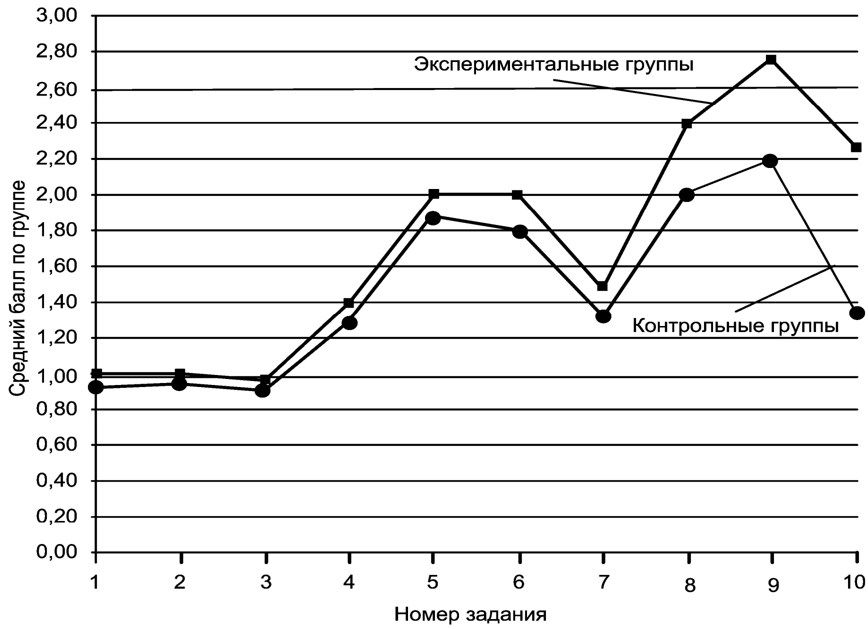

Рис. 2. Результаты итоговой контрольной работы

На всех этапах эксперимента при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ была предпринята проверка основной статистической гипотезы H_0 (между контрольной и экспериментальной группами нет различий в исследуемом признаке), для которой альтернативной была гипотеза H_1 (есть различия). С использованием критерия Стьюдента [5] были получены значения статистик:

$S = 2{,}0480$; $t = 6{,}0635$ (на первом этапе исследования);

$S = 2{,}3398$; $t = 2{,}0979$ (на втором этапе исследования).

Из специальных таблиц критических значений статистики критерия Стьюдента [5] по установленным числам степеней свободы ν и уровню значимости $\alpha = 0{,}05$ мы определили, соответственно, критические значения: $t_{кр} = 2{,}03$ и $t_{кр} = 2{,}04$. Поскольку $t > t_{кр}$ для обоих этапов исследования, то гипотеза H_0 на указанном уровне значимости отклонена и принята альтернатива H_1 о том, что между контрольной и экспериментальной группами имеются значимые различия в математической подготовке студентов по дисциплине «Основы тригонометрии».

На завершающем этапе эксперимента в 2009–2011 гг. проводилось анкетирование, в котором приняли участие 120 студентов-математиков 5-го курса физико-математического факультета. Респондентам было предложено оценить роль компьютерных обучающих систем в процессе изучения математики. Анкета включала следующие вопросы:

1. Считаете ли Вы, что необходимо использовать компьютерные средства обучения математическим дисциплинам в учебном процессе вуза?

2. Помогают ли Вам электронные ресурсы на лекционных и практических занятиях в понимании учебного материала?

3. Становятся ли лабораторно-практические занятия эффективнее благодаря компьютерным обучающим программам?

4. Прибегаете ли Вы к компьютерным обучающим программам, занимаясь самообразованием?

5. Считаете ли Вы обязательным использование интерактивной компьютерной графики при изучении некоторых математических дисциплин с применением обучающих программ?

Резюмирующий вывод обработки анкет: 70,83% респондентов полагают, что использование информационных технологий в учебном процессе вуза независимо от математической дисциплины приносит несомненную пользу. Отметим также, что оценки показателей положительной мотивации студентов на практических занятиях, когда были задействованы электронные образовательные ресурсы, оказались довольно близкими – 72,5%.

Очевидно, что активная эксплуатация возможностей компьютерных обучающих систем поддерживает интерес студентов к изучению математических дисциплин. Кроме того, при таком обучении образование приобретает действительно индивидуализированный характер, полностью реализуется один из основных его принципов – наглядность, а у учащихся интенсивно развивается пространственное воображение. Однако если студент при изучении учебного материала замыкается только на работе за компьютером, а преподаватель лишь пассивно наблюдает за этим процессом, то система «преподаватель – студент» замещается системой «обучающая программа – студент», вследствие чего учащийся, с одной стороны, часто упускает важные фрагменты учебного материала, с другой – делает много лишнего, ненужного. Расширение образовательной информационной среды должно быть методически оправданным, а компьютер должен выступать лишь посредником между обучающей деятельностью педагога и учебной работой студентов.

Мы проанализировали результаты компьютерного тестирования студентов, изучавших спецкурс «Основы тригонометрии» с применением ЭОР в 2008–2010 гг. (экспериментальные группы). Для оценки эффективности усвоения знаний был использован обобщенный показатель, расчет которого производился по формуле:

$$D = \frac{M}{n \cdot p},$$

где M – суммарное число правильно выполненных заданий;
p – число запланированных заданий;
n – число студентов.

Компьютерные тесты содержали 20 заданий, по которым проверялись знания 54 учащихся трех академических групп последнего года обучения. По результатам тестирования обобщенный показатель D варьировался в пределах от 79 до 90%, что характеризует достаточно высокую эффективность усвоения знаний студентами.

В целом, итоги проведенных контрольных работ, анкетирования и компьютерного тестирования за несколько лет подтверждают эффективность внедрения модели обучающей технологии по тригонометрии в учебный процесс. Применение методики определения ключевых (значимых) примеров и упражнений систем математических задачи и электронного образовательного ресурса достаточно результативно повышают качество знаний студентов. На основе проведенной опытно-экспериментальной работы нами был разработан целостный учебно-методический комплекс фундаментального курса «Основы тригонометрии» для студентов специальности и направления подготовки «Математика» Марийского государственного университета.

Литература

1. Азаров А. И. Тригонометрия. Тождества, уравнения, неравенства, системы: учеб. пособие. Минск: Полымя, 1998. 494 с.

2. Андреев В. И. Педагогика творческого саморазвития. Инновационный курс: учеб. пособие для вузов. Казань: Казанский университет, 1996. Кн. 1. 567 с.

3. Блох А. Я., Гусев В. А., Дорофеев Г. В. и др. Методика преподавания математики в средней школе: частная методика: учеб. пособие для студентов пед. институтов. М.: Просвещение, 1987. 416 с.

4. Гальперин П. Я. Основные результаты исследований по проблеме «Формирование умственных действий и понятий». М.: МГУ, 1976. 52 с.

5. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Высшая школа, 2000. 479 с.

6. Загвязинский В. И., Емельянова И. Н. Теория обучения и воспитания: учебник для бакалавров. М.: Юрайт, 2012. 314 с.

7. Литвиненко В. Н., Мордкович А. Г. Задачник-практикум по математике. Алгебра. Тригонометрия: для поступающих в вузы. М.: ОНИКС XXI век, 2005. 464 с.

8. Марасанов А. Н. Система задач по тригонометрии в обучении математике учащихся средних общеобразовательных учреждений: дис … канд. пед. наук. Йошкар-Ола, 2012. 180 с.

9. Попов Н. И., Марасанов А. Н. Тригонометрия: учеб. пособие. 2-е изд. исп. и доп. Йошкар-Ола: Марийский государственный университет, 2009. 114 с.

10. Попов Н. И. Теоретико-методологические основы обучения решению текстовых алгебраических задач // Образование и наука. Изв. УрО РАО. 2009. № 3 (60). С. 88–96.

11. Попов Н. И., Токтарова В. И. Электронный образовательный ресурс «Тригонометрия»: учеб. пособие [Электрон. ресурс]. Йошкар-Ола, 2007. 52 с. Режим доступа: http://fmf.marsu.ru/tg/index.html.

12. Попов Н. И., Марасанов А. Н. О выявлении внутрипредметных связей при изучении тригонометрии // Наука и школа. 2009. № 5. С. 37–39.

13. Саранцев Г. И. Методика обучения геометрии: учеб. пособие для студентов вузов по направлению «Педагогическое образование». Казань: Центр инновационных технологий, 2011. 220 с.

14. Усова А. В., Даммер М. Д., Похлебаев С. М., Симонова М. Ж. Теоретико-методологические основы построения новой системы естественнонаучного образования: монография. Челябинск: ЧГПУ, 2000. 100 с.

Referens

1. Azarov A. I. Trigonometry. Identities, equations, inequalities, systems: A Training Manual. Minsk: Polymja, 1998. 494 p. (In Russian)

2. Andreev V. I. Pedagogy of creative self-development. innovative course. Kazan': Kazanskij universitet, 1996. 567 p. (In Russian)

3. Bloh A. Ja., Gusev V. A., Dorofeev G. V. i dr. Methods of teaching mathematics in secondary schools: private method: A Training Manual. M.: Prosveshhenie, 1987. 416 p. (In Russian)

4. Gal'perin P. Ja. The main results of investigations on the «Formation of mental actions and concepts». M.: MGU, 1976. 52 p. (In Russian)

5. Gmurman V. E. Probability theory. M.: Vysshaja shkola, 2000. 479 p. (In Russian)

6. Zagvjazinskij V. I., Emel'janova I. N. The theory of learning and education: a textbook for undergraduate. M.: Jurajt, 2012. 314 p. (In Russian)

7. Litvinenko V. N., Mordkovich A. G. Problem book-workshop on mathematics. Algebra. Trigonometry. M.: ONIKS HHI vek, 2005. 464 p. (In Russian)

8. Marasanov A. N. System problems in trigonometry in mathematics education of students in secondary institutions. Joshkar-Ola, 2012. 180 p. (In Russian)

9. Popov N. I., Marasanov A. N. Trigonometry: A Training Manual. Joshkar-Ola: Marijskij gosudarstvennyj universitet, 2009. 114 p. (In Russian)

10. Popov N. I. Theoretical and methodological bases of training solution of algebraic word problems. *Obrazovanie i nauka*. 2009. № 3 (60). P. 88–96. (In Russian)

11. Popov N. I., Toktarova V. I. Electronic educational resource «Trigonometry»: study guide. Joshkar-Ola, 2007. 52 p. URL: http://fmf.marsu.ru/tg/index.html. (In Russian)

12. Popov N. I., Marasanov A. N. Clarification of intrasubject ties in the study of trigonometry. *Nauka i shkola*. 2009. № 5. P. 37–39. (In Russian)

13. Sarancev G. I. Methods of training geometry study guide for university students in «Teacher Education». Kazan': Centr innovacionnyh tehnologij, 2011. 220 p. (In Russian)

14. Usova A. V., Dammer M. D., Pohlebaev S. M., Simonova M. Zh. Theoretical and methodological bases for the construction of a new system of natural-science education: monograph. Cheljabinsk: ChGPU, 2000. 100 p. (In Russian)