

# МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ

УДК 372.08

Г. А. Клековкин

## РОЛЬ И МЕСТО ФУЗИОНИЗМА В ШКОЛЬНОМ ГЕОМЕТРИЧЕСКОМ ОБРАЗОВАНИИ

*Аннотация.* В статье исследуется проблема преемственности школьного геометрического образования. Анализ и обобщение опыта интеграции в процессе обучения плоской и пространственной геометрии показывают, что эффективным средством реализации вертикальной содержательной и процессуальной преемственности геометрического образования может стать использование элементов фузионизма. На основе деятельностного подхода к обучению доказывается, что слитное обучение планиметрии и стереометрии на начальном этапе школьного геометрического образования является способом формирования универсальных учебно-познавательных действий. Применение фузионизма на заключительном этапе школьной подготовки позволяет обеспечить готовность выпускника к изучению геометрии обобщенных пространств в системе высшего образования. Работа адресована разработчикам стандартов школьного математического образования, авторам школьных учебников геометрии и учителям математики.

*Ключевые слова:* школьное геометрическое образование, фузионизм, преемственность, обобщение, аналогия.

*Abstract.* The paper deals with the issue of succession in school geometry education. By the analysis and synthesis of the integrative experience of the plane and spatial geometry teaching, it has being substantiated that the application of fusionism elements can provide the effective instrument for implementing the vertical content and process succession in geometry teaching. By means of the activity approach it is being proved that the fusion teaching of planimetry and stereometry in elementary school facilitates the development of children's learning and cognitive skills. Using fusionism at the final years of Secondary School promotes the school leavers' readiness for studying general spatial geometry in the system of higher education. The study is addressed to developers of the school mathematical educational standards, authors of school geometry manuals and geometry teachers.

*Index terms:* school geometry education, succession, fusionism, generalization, analogy.

**I.** Термин «фузионизм» вошел в педагогический тезаурус в XVIII в. для обозначения начавшегося тогда в Западной Европе совместного пре-

подавания различных учебных дисциплин. В обучении математике фузионизмом стали называть слитное преподавание арифметики и геометрии, алгебры и геометрии, в геометрии – планиметрии и стереометрии. Сегодня в методике обучения математике данный термин употребляют обычно относительно слитного обучения планиметрии и стереометрии. Сведения о становлении и развитии фузионистского подхода в этой области можно найти в книге Н. Е. Марюковой «Фузионизм в школьной геометрии: исторический, математический, реальный аспекты» [5], а также в учебном пособии по методике обучения геометрии [6]. Поэтому отметим лишь следующее.

Трудно, по-видимому, назвать хотя бы одну крупную европейскую реформу школьного математического образования, при разработке и проведении которой математики и методисты не вспоминали о фузионизме как наиболее радикальной альтернативе евклидовой традиции раздельного рассмотрения плоской и пространственной геометрии. В XVIII–XX вв. статьи, посвященные этому вопросу, и геометрические курсы, содержащие элементы фузионизма, появлялись во Франции, Италии, Германии, Дании. В середине XX в. фузионистский подход к обучению геометрии нашел своих последователей в США.

Наиболее глубокое и многовариантное практическое воплощение идеи этого подхода получили в отечественной учебной и научно-методической литературе. Еще в 1823 г. Н. И. Лобачевским был написан первый фузионистский учебник геометрии; правда, эта работа осталась незамеченной соотечественниками. В России по-настоящему популярным фузионистский подход стал в начале XX в. Это произошло во многом под влиянием доклада «Обоснование геометрии в связи с постановкой ее преподавания» известного математика С. А. Богомолова на Первом Всероссийском съезде преподавателей математики, проходившем с 27 декабря 1911 г. по 3 января 1912 г. Докладчик, в частности, предложил разбить школьный курс геометрии на пропедевтическую и систематическую части и первую из них строить на фузионистской основе. Высказанные им мысли, широко обсуждавшиеся на заседаниях съезда, получили одобрение. С. А. Богомолов разработал систематический фузионистский курс геометрии, включающий две части: геометрию положения и геометрию меры. В его учебнике, однако, почти полностью отсутствовали задачи; автор считал, что для закрепления теоретического материала можно пользоваться существующими задачками. Вместе с тем, как показывает анализ, именно задачи и упражнения являются

наиболее слабым местом почти всех систематических курсов геометрии, реализующих идею фузионизма.

В начале прошлого века вопросы методики фузионистского изложения геометрии рассматривались в работах И. Н. Кавуна, А. Р. Кулишера, П. А. Некрасова, С. П. Слугинова, В. М. Фесенко и др. В первые годы советской власти А. Р. Кулишер реализовал фузионистский подход в своих учебниках для начальной ступени единой трудовой школы. Можно назвать целый ряд других учебных книг этого периода, в которых также в том или ином виде проводилась идея совместного изучения плоских и пространственных фигур.

После известного постановления ЦК ВКП (б) «О начальной и средней школе» 1931 г. фузионистское течение в нашей стране на долгие годы было предано забвению. Правда, введение в 1950–56 гг. всеобщего семилетнего, а в 1958–62 гг. восьмилетнего образования потребовало включения элементов стереометрии в курс геометрии основной школы. Однако появившиеся в это время учебники геометрии для основной школы трудно назвать фузионистскими. Элементы стереометрии, обособленные от основного материала, содержались лишь в заключительных главах курса.

В начале 60-х гг. окончательно сложилась сохраняющаяся в целом до сих пор отечественная система школьного геометрического образования. Пропедевтика изучения систематического курса геометрии представлена в курсах математики для начальной школы и 5–6-х классов отдельными вкраплениями геометрического материала; основное внимание уделено элементарным практическим задачам на вычисление длин, площадей и объемов. В рамках названных курсов математики изучаются и плоские, и пространственные фигуры, но сама идея фузионизма наиболее выпукло представлена лишь в геометрии измерений. Систематический же курс геометрии традиционно разделен на планиметрию, которая изучается в основной школе, и стереометрию, изучаемую в старших классах.

В период реформы математического образования 60–70-х гг. появились обстоятельное диссертационное исследование проблемы фузионизма, выполненное Я. М. Жовениром, и разработанная на его основе программа фузионистского курса геометрии для 7–9-х классов. Активная пропаганда совместного изучения плоских фигур и их пространственных аналогов проводилась П. М. Эрдниевым, автором технологии укрупнения дидактических единиц. Однако их работы не получили массового внедрения в практику обучения.

Новая волна интереса к фузионистскому подходу возникла в 90-е гг. прошлого века. О фузионизме в обучении геометрии в школе писал на страницах журнала «Математика в школе» Г. Г. Левитас, единый фузионистский курс «Геометрия 5–11» пропагандировал В. А. Гусев. Различные методические аспекты фузионистского подхода к изучению геометрии в 5–6-х классах рассматривали в своих диссертационных исследованиях Н. Я. Варнавская, С. В. Гуревич, В. Н. Фрундин и др. Варианты пропедевтических курсов наглядно-опытной геометрии для 5–6-х классов, построенных на основе фузионизма или содержащих его элементы, были предложены В. А. Гусевым, Г. А. Клековкиным, Г. Г. Левитасом, Е. С. Смирновой; коллективами московских (И. Ф. Шарыгин, Л. Н. Ерганжиева), томских (В. А. Панчишина, Э. Г. Гельфман, В. Н. Ксенева, Н. Б. Лобаненко) и петербургских (Т. Г. Ходот, С. В. Софронова, А. Ю. Ходот) авторов.

Поскольку сегодня обязательным является девятилетнее образование, вновь встает проблема включения начал стереометрии в программы основной школы. Соответствующий курс для 7–9-х классов и рабочие тетради к нему разработаны А. Л. Вернером, Т. Г. Ходот и В. В. Широковой. Реализация предлагаемых учебных курсов идет, к сожалению, экстенсивным путем, за счет введения 1–2 дополнительных уроков в неделю. Отметим, наконец, принципиально новый для отечественного школьного геометрического образования фузионистский учебник «Геометрия 7» А. Л. Вернера, В. И. Рыжика и Т. Г. Ходот.

Все сторонники фузионизма относят к основным недостаткам традиционного школьного изучения геометрии его отрицательное влияние на развитие пространственного мышления учащихся. С одной стороны, оно значительно замедляет освоение планиметрии, что лишает ученика возможностей «выходить в пространство». С другой стороны, сама идея начинать изучение геометрии с плоских фигур противоречит нашему естественному трехмерному мировосприятию; плоская геометрия в известном смысле более абстрактна, чем геометрия трех измерений. Поэтому важнейшей целью фузионистского подхода считается развитие полноценного пространственного мышления. Особое внимание в рамках этого подхода уделяется совместному или максимально сближенному во времени и пространстве рассмотрению плоских фигур и их пространственных аналогов.

Специфика современной модернизации школьной геометрической подготовки заключается в том, что она происходит в контексте идей развивающего обучения, интеграции обучения и переосмысления прежнего

понимания непрерывного образования. Поэтому представляется актуальным и весьма перспективным рассмотреть роль и место фузионизма в интересующей нас области.

**II.** Основополагающим принципом развития любых систем является диалектическое единство тенденций к сохранению и изменению. Появление нового всегда подготавливается определенными предпосылками, возникающими в старом, а сам переход к качественно новому – это не просто упразднение старого, но и его продолжение в новом. Закономерную взаимосвязь, проявляющуюся в том, что изменяющийся объект (система) на новом уровне (этапе) развития в снятом виде сохраняет некоторые свои прежние качественные характеристики, принято называть преемственностью.

Механизмом сохранения и воспроизведения в «знакомых» условиях достижений прошлого является память системы в самом широком ее понимании. Однако функционирование и развитие системы обусловлено не только наличным, но и будущим опытом. Чтобы сохранять целостность, система должна быть готова своевременно и адекватно реагировать на возможные изменения условий своего существования. Способность к самоорганизации обеспечивается разнообразными механизмами трансформации наличного опыта и его интеграции с будущим опытом. Необходимым условием и начальным моментом подобных изменений выступает отрицание, т. е. устранение, преодоление старого и утверждение нового.

Процесс преемственности – органичная составная часть процесса развития. Этот процесс включает следующие этапы: 1) актуализация старого в ходе восприятия или порождения нового; 2) отрицание старого в результате его противоречий новому; 3) отбрасывание или трансформации старого путем его насыщения новым содержанием; 4) интеграция старого и нового (одни исторически предшествующие элементы, связи и структуры при этом могут выпадать, другие – входить в новое в существенно преобразованном виде); 5) сохранение и удержание снятого старого в новом целом. Связывая настоящее с прошлым и будущим, преемственность, таким образом, обеспечивает нормальное функционирование системы «здесь и сейчас», непрерывность и поступательный характер ее развития.

В зависимости от внутренних и внешних условий, в которых реализуется процесс преемственности, время и скорость его протекания могут существенно меняться. Знание закономерностей развития системы, ос-

новых этапов и специфики каждого из них позволяет оптимизировать и интенсифицировать этот процесс, придать ему заданную направленность и обеспечить его непрерывность. Кроме того, они помогают выбрать и согласовать между собой такие цели, содержание, формы, методы и средства формирующего воздействия, которые, с одной стороны, соответствуют особенностям и возможностям системы на этом этапе, а с другой – закладывают предпосылки ее дальнейшего прогрессивного гармоничного развития. Таким образом, принцип преемственности следует понимать как комплекс требований к осуществлению развития системы, согласно которым настоящее должно опираться на наличное прошлое, и, в свою очередь, готовить к желаемому будущему.

**III.** В дидактике и предметных методиках обучения преемственность рассматривается и в качестве закономерности развития, и в качестве одного из основополагающих принципов целенаправленного формирования. Поскольку цели и планируемое содержание образования воплощаются в реальном процессе обучения, то при проектировании и реализации преемственности традиционно используются двухкомпонентные модели, включающие содержательно-целевой и процессуальный компоненты. Принцип преемственности выступает при этом в роли регулятивной нормы, необходимого условия, регламентирующего ход процесса обучения и обеспечивающего его продуктивность и эффективность.

Изучая содержательно-целевую преемственность, исследователи главным образом рассматривают ее вертикальную составляющую, т. е. взаимосвязи целей и содержания образования на смежных ступенях обучения, и прослеживают эффективность их «состыковки». Каждая ступень обучения должна опираться на предыдущую и, в свою очередь, готовить к последующей. Однако понимание преемственности в широком смысле охватывает вопросы обеспечения горизонтальной содержательно-целевой составляющей, т. е. последовательности развертывания содержания внутри ступеней обучения. В ходе его конструирования также руководствуются диалектикой цели и средства: достигнутая цель становится средством достижения новой цели. Таким образом, содержательная преемственность обучения реализуется как в концентрическом, так и в линейном пространственно-временном расположении учебного материала.

Процессуальная преемственность первоначально выражалась в требованиях к выбору адекватных ступени и этапу обучения методов, форм и средств введения и последующего усвоения нового учебного материала.

В последующем она стала связываться с поэтапным формированием учебно-познавательной деятельности учащегося, развитием его как субъекта этой деятельности.

Многие авторы считают, что, согласно принципу единства исторического и логического, этапы и уровни познания должны в редуцированном виде иметь место в практике непрерывного образования. Это мнение основывается на том, что исторически генезис познания и развитие человеческих способностей взаимообуславливали друг друга. Поэтому, чтобы учебный предмет действительно стал средством развития учащегося, его методическая реконструкция также должна быть многоуровневой, адекватно отражающей логику становления содержания этого предмета на каждом этапе познания.

Важную роль при выборе методологических и методических подходов к выстраиванию преемственности отдельных учебных предметов и школьного образования в целом играют психологические модели возрастного развития ребенка. В середине прошлого века объяснения соответствующих психологических механизмов опирались главным образом на учение И. П. Павлова об условных рефлексах и представления об умственной деятельности, сложившиеся в ассоциативной психологии. Сегодня исследователи находят необходимые обоснования, как правило, в рамках психологической теории деятельности. Согласно этой теории, психические и интеллектуальные новообразования, личность и индивидуальность ребенка формируются в деятельности и зависят от содержания, способов и форм ее организации. Своевременное и планомерное создание нужных условий позволяет целенаправленно вырабатывать заданные психические, интеллектуальные и личностные свойства, управлять развитием ребенка. Деятельностные механизмы, обуславливающие преемственность обучения, основаны на сохранении, трансформации и переносе наличного опыта в условия новой деятельности.

Несмотря на то, что умственная активность социальна по своему происхождению и содержанию, она протекает согласно психологическим законам. Становясь предметом учения, содержание образования принимает форму живого индивидуального психического процесса, и именно в нем проходит как присвоение, так и расширенное воспроизводство социокультурного опыта. Психологическим механизмом сохранения прошлых наработок является долговременная память, т. е. «хранилище» статических кодов. Непрерывность и преемственность процессов умственной деятельности обеспечивают кратковременная и оперативная память.

Психологическими механизмами продуктивного изменения индивидуального умственного опыта являются воображение и мышление. Вслед за развитием общественного познания и его методов развивалось творческое воображение, формировались универсальные мыслительные операции (сравнение, обобщение и конкретизация, анализ и синтез), приемы и методы умственной деятельности человека (индукция, дедукция, аналогия, рефлексия и т. п.), становясь важнейшими средствами ее функционирования, взаимосвязи старого и нового в процессе индивидуального познания. Поэтому для теоретического осмысления процесса преемственности важно опираться на модели протекания психических процессов. В частности, следует иметь представления о генезисе универсальных мыслительных операций, которые по мере наполнения конкретным предметным содержанием превращаются в общеносеологические и общелогические операции, лежащие в основе любых учебно-познавательных действий; об их роли и месте в обеспечении преемственности обучения.

В связи с этим в 1950-е гг. прошлого века сначала Б. Г. Ананьев [2], а затем Ш. И. Ганелин [3] стали акцентировать внутреннюю, связанную с получением знаний преемственность обучения. Они, в частности, отмечали следующее:

- наличные знания, умения и навыки учащегося могут сохраняться лишь развиваясь в новых связях, «практикуясь» в новых условиях;
- преемственные связи между новыми и старыми знаниями и умениями носят двусторонний характер: с одной стороны, новые связи включаются в сложившиеся старые, а с другой – старые преобразуются под влиянием новых;
- систематизация знаний учащимися есть результат подобных связей, их сравнения и обобщения;
- одним из главных показателей особенностей систематизации знаний на разных ступенях обучения служит качественное изменение уровня и характера обобщения;
- сравнение является одной из первичных форм установления преемственных связей между наличными и вновь устанавливаемыми или получаемыми в готовом виде знаниями.

По мнению Б. Г. Ананьева, умелое использование учителем приема сравнения способствует систематизации и включению новых знаний в уже сложившуюся систему познавательного опыта ребенка. Исследователь считает, что завершающим моментом этого процесса должно быть



обобщение, обусловленное как логикой конкретного учебного предмета, так и уровнем умственного развития учащихся: «Продуктом воспитывающего действия преемственности обучения является формирование у учащихся не только взаимосвязанных знаний и навыков, но и общих деятельностей, необходимых для активного труда в обществе» [2, с. 30]. Под общими деятельностями Б. Г. Ананьев понимает прежде всего действия, получившие сегодня название универсальных учебно-познавательных действий.

В работе автора данной статьи «Аналогия и преемственность в обучении геометрии» на примере учебно-геометрической деятельности обосновывается, что не только сравнение и обобщение, но и все другие универсальные гносеологические операции и методы, поддерживающие функционирование мышления и развитие познания, являются потенциальными средствами обеспечения преемственности обучения [4].

**IV.** Известный математик и педагог Д. Пойа в своем методическом творчестве последовательно проводит мысль о том, что преподаватель должен учить не только доказывать, но и догадываться. Он глубоко убежден: «Если обучение математике в какой-то степени отражает то, как создается математика, то в нем должно найтись место для догадки, для правдоподобного умозаключения» [7, с. 28]. Ведущую роль в индуктивных рассуждениях, лежащих в основе правдоподобных умозаключений, играют, на его взгляд, обобщение, специализация (конкретизация) и аналогия. Ученый пишет: «Возможно, не существует открытий ни в элементарной, ни в высшей математике, ни даже, пожалуй, в любой другой области, которые могли бы быть сделаны без этих операций, в особенности без аналогии» [7, с. 39]. Хотя Д. Пойа и не говорит о преемственности, но сама идея конструктивного отрицания красной нитью проходит через все его педагогическое творчество.

Действительно, каждое из трех названных им универсальных познавательных действий содержит в себе элементы отрицания и переосмысления старого знания и его понимания. Обобщение и конкретизация понятий дают наиболее простые и наглядные примеры взаимосвязи старого и нового в развитии научной и учебно-познавательной деятельности. В результате обобщения отрицаются индивидуальные видовые свойства понятий, выделяются их общие родовые свойства, которые сохраняются в новом понятии более высокого уровня общности (абстракции). Понятия, введенные с помощью конкретизации, наследуют родовые свойства –

в этом случае старое получает новое содержательное наполнение. В реальном мыслительном процессе мы, порой сами того не замечая, с легкостью переходим от более общих понятий к менее общим и наоборот. Соответственно, прямые и обратные связи понятий разных уровней общности (абстракции) многократно воспроизводятся в процессе умственной деятельности, а отрицание-снятие является способом ее самодвижения.

Если обобщаемое и обобщающее понятия связаны отношением включения, то аналогия принципиально отличается от них тем, что аналог и его прообраз принадлежат разным множествам одной предметной области и даже разным предметным областям. При введении новых понятий аналогию можно проводить по разным основаниям и в разных направлениях. В умозаключении, сделанном по аналогии, посылка относится к одному предмету (понятию), а заключение – к другому. Поэтому такой способ не дает достоверного знания, полученные выводы только вероятны и требуют доказательства. Примечательно то, что многие доказательства математических утверждений, сформулированных по аналогии, являются трансформациями доказательств соответствующих утверждений-прототипов.

Аналогия, таким образом, служит лишь для выдвижения гипотез и догадок, но именно этот способ порождения нового на базе наличного когнитивного опыта является важнейшим средством функционирования и развития индивидуального и общественного познания. При этом, как отмечает Д. Пойа, «обобщение, специализация и аналогия часто сотрудничают в решении математических задач» [7, с. 37]. Будучи важным механизмом переноса прошлого опыта в новые условия, в математическом творчестве аналогия служит основой для индуктивных и аналитических обобщений известных фактов и методов их доказательства.

Чтобы учащийся стал подлинным субъектом учебно-геометрической деятельности, его следует целенаправленно учить обобщать, конкретизировать и пользоваться аналогиями. В существующих школьных учебниках геометрии явно и наиболее выпукло представлены лишь обобщения и конкретизации через род и видовое различие; упоминание об аналогии зачастую встречается лишь в словосочетании «эта теорема доказывается аналогично теореме ...». Готовые аналогии, используемые авторами учебных текстов, многие учащиеся просто не замечают; нередко не обращают на них внимания и учитель, считая, что умение видеть и продуктивно применять их является естественным результатом обучения. Поэтому

в школе не реализуется во всей полноте методологический потенциал курса геометрии, необходимый для продолжения математического образования в высшей школе. Одним из направлений раскрытия этого потенциала может стать слитное обучение планиметрии и стереометрии на определенных этапах школьной математической подготовки.

**V.** Проблема изложения геометрии на основе фузионизма, как справедливо отмечает И. М. Смирнова, «была блестяще разрешена в пропедевтических курсах геометрии для младших школьников, основная цель которых – подготовка к изучению систематического курса геометрии основной школы. Однако многочисленные попытки решения рассматриваемой проблемы, предпринимавшиеся на протяжении более чем двух веков и заключающиеся в ее реализации на систематическом курсе геометрии, не увенчались успехом. Фактически в России в XIX в. было создано одно соответствующее пособие Н. И. Лобачевского и в XX в. – С. А. Богомолова, но и они предназначались для читателей, имеющих базовую школьную подготовку (курсы были адресованы студентам и учителям математики. – Г. К.)» [6, с. 83]. Основная причина неудач, по мнению И. М. Смирновой, состоит в том, что «фузионизм противоречит основным дидактическим принципам: от простого к сложному, последовательности, систематичности и др.» [6, с. 84].

С последним выводом исследователя вряд ли можно однозначно согласиться. Однако главная проблема даже не в этом. Сначала следует понять, нужен ли вообще школе систематический курс геометрии, полностью построенный на фузионистской основе. Ответ на этот вопрос скорее отрицательный, чем положительный. Чтобы обосновать это утверждение, вновь обратимся к закономерностям процесса развития.

Основной формой любого развития, в частности развития познания, является дифференциация, сопряженная с интеграцией. Называть какой-то из этих процессов определяющим вряд ли правомерно. На одних этапах первостепенное значение приобретает дифференциация познания, на других – интеграция, когда наступает время оглянуться назад, построить некоторое целостное видение сделанного и оценить перспективы и возможные направления его дальнейшей эволюции. История науки убедительно свидетельствует, что всякое изменение вектора дифференциционно-интегративного движения той или иной области знания на противоположный не является стихийным, а обуславливается внутренне осознанной необходимостью.

Чтобы сделать школьное обучение средством формирования фундаментальных системных личностно значимых знаний и умений, следует в редуцированном виде представить в содержании образования дифференционно-интеграционные закономерности развития познания. Дифференционно-интеграционные процессы, осуществляющиеся в ходе обучения, должны быть выделены и обозначены более явно, чем в настоящее время, а понимание необходимости в дифференциации и интеграции должно стать для школьника осознанной внутренней потребностью. Это, кстати, касается не только приобретения предметных знаний и умений, но и формирования универсальных учебных действий.

«Особенность геометрии, выделяющая ее не только среди остальных частей математики, но и среди других наук вообще, – пишет А. Д. Александров, – состоит в том, что в ней самая строгая логика соединена с наглядным представлением. Геометрия в своей сущности и есть такое соединение живого воображения и строгой логики, в котором они взаимно организуют и направляют друг друга. Воображение дает непосредственное видение геометрического факта и подсказывает логике его выражение и доказательство, а логика, в свою очередь, придает точность воображению и направляет его к созданию картин, обнаруживающих нужные логике связи. Это, несомненно, так, во всяком случае для трехмерной евклидовой геометрии. Но в источнике и содержательном основании неевклидовой и многомерной геометрии тоже лежат наглядные представления, хотя бы обобщенные; без них любой раздел геометрии перестает быть собственно геометрией» [1, с. 56].

Психологами давно установлено, что наши восприятие, память и мышление не существуют независимо друг от друга, а мышление совершается не только в форме речи, но и в форме образов, функционирующих в нем в качестве носителей смыслового содержания. Оперирование образами и логическое оперирование знаками переплетаются между собой. По мере развития учебно-познавательной деятельности ребенка диалогичность языков мышления и соответствующих им способов кодирования и переработки информации приобретает все более сложную структуру. С одной стороны, возникают иерархии образов, имеющих разную степень обобщенности, с другой – обогащаются, уточняются и все строже формализуются языки научного описания.

Прообразом геометрического (понятийного) пространства служит реальное жизненное пространство человека, а наглядность и конкретность

изучаемых в школе геометрических понятий являются свойствами и особенностями зрительных образов реальных объектов. Поэтому специфика геометрии как учебного предмета состоит в наличии уникальных возможностей для целенаправленного формирования внутреннего образно-логического диалога. В период школьного обучения содержание и уровень этого диалога определяются не только степенью заданной глубины и широты проникновения в предмет изучения, но прежде всего возрастными особенностями детского развития. На одних возрастных этапах ведущая партия принадлежит наглядно-действенному и наглядно-образному мышлению, на других – вербально-логическому. Всякий переход учащегося на новый, более высокий уровень диалога связан с качественным изменением как характера доступных ему сравнений, обобщений и аналогий, так и уровня его аналитико-синтетической деятельности.

Результаты психологических исследований, полученные разными научными школами, достаточно убедительно показывают, что младший школьный возраст – это период дифференциации, формирования локальных целостностей, накопления конкретных фрагментарных знаний, отработки конкретных операционально-технических умений и навыков. Выработка одних и тех же общих способностей, в частности тонкой моторики, восприятия пространственных форм и пространственного мышления, может осуществляться в различных видах деятельности – на уроках математики, рисования, труда. Поэтому специальное вычленение геометрического материала на этом этапе обучения вряд ли необходимо, хотя и возможно. Нельзя также утверждать, что фузионистский подход к формированию геометрических предпонятий является в данном возрасте предпочтительным; не следует забывать о том огромном «плоскостном» опыте, который ребенок спонтанно получает в процессе рисования, а также у экрана телевизора и монитора компьютера.

Совсем другое дело – младший подростковый возраст. Учеников 5–6-х классов по-прежнему привлекает возможность сделать что-то своими руками, им нравится творческая практическая деятельность. Дети с удовольствием вычерчивают циркулем и линейкой орнаменты; изготавливают самоделки из бумаги; решают задачи на разрезание и перегибание бумаги, складывание фигур и т. п. Уровень развития наглядно-образного мышления позволяет им одновременно фиксировать видение предмета с нескольких точек зрения, т. е. пользоваться разными системами отсчета и мысленно менять позицию наблюдения. Учащиеся этого возраста обла-

дают достаточно развитой связной устной речью. Поэтому данный период характеризуется психической, содержательной и деятельностью готовностью к глобальной интеграции накопленных ранее разрозненных геометрических знаний. Идея фузионизма на этом этапе изучения геометрии действительно становится одной из ведущих.

Регулярные занятия наглядно-эмпирической геометрией, включающие слитное изучение плоских фигур и их пространственных аналогов, не только способствуют развитию пространственного мышления и дают прекрасный строительный материал детскому воображению, но и могут оказать существенное влияние на формирование у младших подростков таких учебно-познавательных действий, как сравнение, обобщение, конкретизация, анализ, синтез, аналогия. Логика предметного действия, в которой «рождаются» операции формальной логики, и совместное рассмотрение свойств родственных плоских и пространственных фигур дают возможность наглядно показать, как появляются и формулируются гипотезы, продемонстрировать, что они могут быть не только истинными, но и ложными. «Непосредственное видение геометрического факта» и фузионизм, лежащие в основе интуитивно-индуктивного построения курса наглядно-опытной геометрии, позволяют учащимся систематизировать накопленные геометрические знания, осознать специфику предмета геометрии и «пробудить» у них потребность в логических обоснованиях собственных рассуждений.

Наглядно-опытная геометрия в 5–6-х классах может быть представлена либо отдельным учебным предметом, либо рабочими тетрадями, входящими в состав единого курса математики. По понятным причинам во втором случае целесообразно параллельное изучение арифметики и геометрии, а не их чередование, принятое в настоящее время. При сохранении существующей практики пропедевтики систематического курса геометрии весьма перспективной альтернативой может стать построение на фузионистских началах учебника геометрии для 7-го класса, предложенное А. А. Вернером, В. И. Рыжиком и Т. Г. Ходот.

Опуская обоснование методической целесообразности существующего разделения рассматриваемого предмета на планиметрию и стереометрию, сразу перейдем к роли фузионизма на заключительном этапе школьного геометрического образования. Совместное рассмотрение свойств плоских фигур и их пространственных аналогов позволяет показать процесс развития геометрического познания, обеспечивает форми-

рование готовности выпускника школы к восприятию и построению аналитических обобщений, рассуждений по аналогии и т. п. Но теперь уже не непосредственное видение геометрических фактов должно подсказывать логике их выражение и доказательство, а, наоборот, логика должна «пробуждать» и направлять воображение, придавать ему точность.

Широкие возможности для решения этих задач открывают элективные курсы в профильной школе. Особое внимание при разработке геометрических элективов следует уделить векторному методу решения геометрических задач. В школьных учебниках геометрии двумерные и трехмерные векторы рассматриваются отдельно – первые в планиметрии, а вторые в стереометрии. Такой подход не всегда позволяет продемонстрировать истинную ценность векторного метода, которая заключается в легкой трансформации известных решений на любые размерности.

Векторные решения многих задач не зависят от того, является рассматриваемая фигура плоской или пространственной, – в подобных случаях используются одни и те же алгебраические выкладки. Некоторые планиметрические задачи и их стереометрические аналоги отличаются тем, что векторное решение плоскостной задачи естественным образом корректируется для соответствующей пространственной. Прекрасным классическим примером, позволяющим показать эти достоинства векторного метода и одновременно рассказать о том, как в геометрии происходят аналитические обобщения, является совместное рассмотрение свойств треугольника и тетраэдра.

Таким образом, слитное изучение плоских и пространственных фигур – средство развития не только пространственного, но и логического мышления, систематизации знаний учащихся, их интеграции, формирования представлений о способах развития познавательной деятельности в области математики и т. д. Вместе с тем его внедрение в учебный процесс будет эффективным, только если оно будет осуществляться в нужное время и в нужном месте. При этом необходимо учитывать свойственные данной ступени подготовки общие цели обучения, частные цели курса геометрии, возрастные особенности школьников. Своевременное включение в школьный курс геометрии элементов фузионизма может стать эффективным средством обеспечения его преимущества, развития учащегося как субъекта учебно-геометрической деятельности, формирования у него готовности к дальнейшему непрерывному образованию и самообразованию.

### Литература

1. Александров А. Д. О геометрии // Математика в школе. 1980. № 3. С. 56–62.
2. Ананьев Б. Г. О преемственности в обучении // Сов. педагогика. 1953. № 2. С. 23–35.
3. Ганелин Ш. И. Педагогические основы преемственности учебно-воспитательной работы в V–VI классах // Сов. педагогика. 1955. № 7. С. 3–14.
4. Клековкин Г. А. Аналогия и преемственность в обучении геометрии // Математ. вестн. педвузов и ун-тов Волго-Вятского региона: период. межвуз. сб. науч.-метод. работ. Вып. 12. Киров: Вятск. ГГУ, 2010. С. 14–27.
5. Марюкова Н. Е. Фузионизм в школьной геометрии: исторический, математический, реальный аспекты. Брянск: БГПУ, 2000. 95 с.
6. Методика обучения геометрии: учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / В. А. Гусев, В. В. Орлов, В. А. Панчишина и др.; под ред. В. А. Гусева. М.: Издат. центр «Академия», 2004. 368 с.
7. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. М.: Наука, 1975. 464 с.