

ПРОБЛЕМЫ МЕТОДОЛОГИИ

УДК 378+37.02

DOI: 10.17853/1994-5639-2023-7-14-43

ТРАНСДИСЦИПЛИНАРНАЯ РОЛЬ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН В СОВРЕМЕННОМ ЕСТЕСТВЕННО-НАУЧНОМ И ИНЖЕНЕРНОМ ОБРАЗОВАНИИ

В. А. Тестов

Вологодский государственный университет, Вологда, Россия.

E-mail: vladafan@inbox.ru

Е. А. Перминов

Уральский технический институт связи и информатики, Екатеринбург, Россия.

E-mail: perminov_ea@mail.ru

Аннотация. *Введение.* В последние десятилетия началась постепенная деградация подготовки по математике и физике в школах и вузах, вызвавшая существенное снижение качества профессиональной подготовки студентов в условиях коммерциализации, непрерывных реформ образования и его хаотичной цифровизации. В то же время современная математика и физика стали лидерами трансдисциплинарного тренда в естественных, инженерных и других науках цифровой эры, порождающего универсальную методологию, способную решать сложные многофакторные междисциплинарные проблемы природы и общества. В результате трансдисциплинарного тренда возникли такие научные области, как кибернетика, общая теория систем, теория катастроф, синергетика, искусственный интеллект, большие данные и др. Все эти концепции были разработаны за последние 70–80 лет на основе достижений математики и физики, породивших наиболее уникальные практические достижения современных естественных и технических наук.

Цель – исследовать трансдисциплинарную роль физико-математических дисциплин в современном естественно-научном и инженерном образовании.

Методология, методы и методики. В исследовании важную роль играл системный подход как методология анализа роли систем математических и физических наук в современном образовании. Синергетический подход стал основой исследования трансдисциплинарного тренда этих систем в исторической ретроспективе. В методологии этих подходов важную роль играли методы и методики формирования у студентов целостного научного мировоззрения, в том числе представлений о современной картине мира математики и физики. Важную роль играли также методы формирования у студентов системного мышления (с его важным качеством нелинейности), лежащего в основе решения многофакторных междисциплинарных задач их профессиональной деятельности.

Результаты. Результаты анализа трансдисциплинарной роли физико-математических дисциплин свидетельствуют о фундаментальном значении уникального потенциала этих дисциплин в естественно-научном и инженерном образовании эпохи компьютерной революции.

Научная новизна. Обосновано и охарактеризовано, какие трансдисциплинарные идеи и методы этих дисциплин выводят естественные и инженерные науки на более высокий уровень познания, тем самым способствуя повышению качества естественно-научной и инженерной подготовки студентов в вузах с использованием компьютера.

Практическая значимость. Материалы статьи имеют важное практическое значение в реализации трансдисциплинарного подхода в дидактике и методике обучения физико-математическим дисциплинам в системе естественно-научного и инженерного образования. Они будут интересны как теоретикам образования, так и преподавателям, ведущим профессиональную подготовку студентов естественно-научных и инженерных направлений, и всем, кто заинтересован в благополучном будущем системы образования.

Ключевые слова: трансдисциплинарный тренд, обучение физике и математике, обновление содержания обучения, фундаментализация образования, нелинейное мышление.

Для цитирования: Тестов В. А., Перминов Е. А. Трансдисциплинарная роль физико-математических дисциплин в современном естественно-научном и инженерном образовании // Образование и наука. 2023. Т. 25, № 7. С. 14–43. DOI: 10.17853/1994-5639-2023-7-14-43

TRANSDISCIPLINARY ROLE OF PHYSICAL AND MATHEMATICAL DISCIPLINES IN MODERN NATURAL SCIENCE AND ENGINEERING EDUCATION

V. A. Testov

Vologda State University, Vologda, Russia.

E-mail: vladafan@inbox.ru

E. A. Perminov

Ural Technical Institute of Communications and Informatics, Ekaterinburg, Russia.

E-mail: perminov_ea@mail.ru

Abstract. Introduction. In recent decades, a gradual degradation of mathematics and physics training in schools and universities has begun. Obviously, this has caused a significant decrease in the quality of professional training of students in the conditions of commercialisation and continuous reforms of education, and its chaotic digitalisation. At the same time, modern mathematics and physics have become the leader of the transdisciplinary trend in the natural, engineering, and other sciences of the digital era. The transdisciplinary trend generates a universal methodology capable of solving complex multifactorial interdisciplinary problems of nature and society. As a result of the transdisciplinary trend in science, such scientific fields as cybernetics, general systems theory, catastrophe theory, synergetics, artificial intelligence, big data, etc. have emerged. All these concepts were developed on the basis of the achievements of mathematics and physics over the past 70–80 years, which gave rise to the most unique practical achievements in modern, natural, and technical sciences.

Aim. The present research aims to explore transdisciplinarity role of physical and mathematical disciplines in modern natural science and engineering education.

Methodology and research methods. The system-based approach was used to analyse the role of mathematical and physical science systems in modern education. The synergetic approach became the basis for the study of the transdisciplinary trend of these systems in historical retrospect. In the methodology of these approaches, an important role was played by the methods of students' holistic scientific worldviews formation, including ideas about the modern picture of the world of mathematics and physics. The authors applied the methods to develop student systems thinking (with its important quality of

nonlinearity), which underlies the solution of multifactorial interdisciplinary tasks of their professional activity.

Results. The results of the analysis of the transdisciplinary role of physical and mathematical disciplines indicate the fundamental importance of the unique potential of these disciplines in the natural science and engineering education in the era of the computer revolution.

Scientific novelty. The authors identified, justified and characterised transdisciplinary ideas and methods (in mathematics and physics), which bring natural and engineering sciences to a higher level of cognition, thus contributing to improving the quality of natural science and engineering training of students at universities using a computer.

Practical significance. The research materials emphasise considerable practical importance to implement a transdisciplinary approach in didactics and methods of teaching physical and mathematical disciplines in the system of natural science, and engineering education. The research findings will be of interest to educational theorists and teachers, who conduct professional training of students of natural science and engineering fields and to everyone who is interested in the prosperous future of the educational system.

Keywords: transdisciplinary trend, teaching physics and mathematics, updating the content of education, fundamentalisation of education, nonlinear thinking.

For citation: Testov V. A., Perminov E. A. Transdisciplinary role of physical and mathematical disciplines in modern natural science and engineering education. *Obrazovanie i nauka = The Education and Science Journal*. 2023; 25 (7): 14-43. DOI: 10.17853/1994-5639-2023-7-14-43

PAPEL TRANSDISCIPLINARIO DE LAS DISCIPLINAS FÍSICO-MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN MODERNA EN CIENCIAS NATURALES E INGENIERÍA

V. A. Téstov

Universidad Estatal de Vólogda, Vólogda, Rusia.

E-mail: vladafan@inbox.ru

E. A. Pérminov

Instituto Técnico de Comunicaciones e Informática de los Urales, Ekaterimburgo, Rusia.

E-mail: perminov_ea@mail.ru

Abstracto. Introducción. En las últimas décadas se ha dado inicio a una degradación paulatina de la formación en matemáticas y física en las escuelas y universidades, provocando un descenso significativo en la calidad de la formación profesional de los estudiantes en el contexto de la comercialización, las continuas reformas de la educación y su caótica digitalización. Al mismo tiempo, las matemáticas y la física modernas se han convertido en líderes de la tendencia transdisciplinaria en las ciencias naturales, la ingeniería y otras ciencias de la era digital, generando una metodología universal capaz de resolver problemas interdisciplinarios multifactoriales complejos de la naturaleza y la sociedad. Como resultado de la tendencia transdisciplinaria, han surgido campos científicos como la cibernética, la teoría general de sistemas, la teoría de catástrofes, la sinergia, la inteligencia artificial, el big data, etc.. Todos estos conceptos se han desarrollado durante los últimos 70–80 años con base en los logros de las matemáticas y la física, que han generado logros prácticos más singulares de las ciencias naturales y las ciencias técnicas.

Objetivo. El objetivo es explorar el papel transdisciplinario de las disciplinas físicas y matemáticas en las ciencias naturales y la educación en ingeniería.

Metodología, métodos y procesos de investigación. El enfoque sistemático desempeñó un papel importante en el estudio como metodología para analizar el papel de los sistemas de las ciencias matemáticas

ticas y físicas en la educación moderna. El enfoque sinérgico se convirtió en la base para el estudio de la tendencia transdisciplinar de estos sistemas en una retrospectiva histórica. En la metodología de estos enfoques, los métodos y técnicas jugaron un papel importante para la formación de una cosmovisión científica holística entre los estudiantes, incluidas las ideas sobre la imagen moderna del mundo de las matemáticas y la física. También juegan un papel importante los métodos de formación del pensamiento sistémico de los estudiantes (con su importante cualidad de no linealidad), que subyace a la solución de problemas interdisciplinarios multifactoriales de su actividad profesional.

Resultados. Los resultados del análisis del papel transdisciplinario de las disciplinas físico-matemáticas dan testimonio de la importancia fundamental del potencial único de estas disciplinas en la educación en ciencias naturales e ingeniería de la era de la revolución informática.

Novedad científica. Ha sido fundamentado y caracterizado qué ideas y métodos transdisciplinarios de estas disciplinas llevan las ciencias naturales y la ingeniería a un nivel superior de conocimiento, contribuyendo así a la mejora de la calidad de la formación en ciencias naturales e ingeniería de los estudiantes en las universidades con el uso de los ordenadores.

Significado práctico. Los materiales del artículo son de gran importancia práctica en la implementación de un enfoque transdisciplinario en didáctica y métodos de enseñanza de disciplinas físico-matemáticas en el sistema de educación en ciencias naturales e ingeniería. Serán de interés tanto para los teóricos de la educación como para los docentes que forman a los estudiantes en los campos de las ciencias naturales y la ingeniería, y para todos aquellos que estén interesados en el futuro próspero del sistema educativo.

Palabras claves: tendencia transdisciplinar, enseñanza de la física y las matemáticas, actualización de los contenidos de la educación, fundamentación de la educación, pensamiento no lineal.

Para citas: Téstov V. A., Pérminov E. A. Papel transdisciplinario de las disciplinas físico-matemáticas en la educación moderna en ciencias naturales e ingeniería. *Obrazovanie i nauka = Educación y Ciencia*. 2023; 25 (7): 14-43. DOI: 10.17853/1994-5639-2023-7-14-43

Введение

В последние десятилетия многими учеными констатируется постепенная деградация подготовки по математике и физике в школах и вузах, свидетельствующая о недооценке возрастающей роли математики, физики и их междисциплинарных связей в образовании. Между тем в предыдущие столетия на первостепенное значение таких связей обращалось внимание многими учеными. Так, известный немецкий математик и физик Г. Вейль, внесший огромный вклад в математическую физику, подчеркивал: «Подлинно реалистическая математика наряду с физикой должна восприниматься как часть теоретического описания единого реального мира»¹.

В начавшуюся цифровую эру реалистичность математики в описании окружающего людей мира наиболее ярко проявляется в том, что математика развивается в процессе непрекращающегося и все более усиливающегося векового взаимодействия с физикой на основе использования возрастающих возможностей компьютера. Самым важным итогом их взаимодействия стало формирование методологии математического моделирования с применением компьютера, радикально повлиявшей на исследования практически всех естественных, инженерных наук и постепенно распространившейся во многих других науках.

¹ Вейль Г. О философии математики. М.: ГИТТЛ, 1934. 128 с.

Важно подчеркнуть, что реализация этапов математического моделирования во многом обеспечивает реалистичность исследований математики и физики в моделировании объектов и явлений на основе эксперимента. Такой эксперимент особенно важен в приложениях математики и физики в естественных, инженерных и многих других науках с привлечением уникальных возможностей компьютерного, программного и аппаратного обеспечения. Поэтому эксперимент и служит своеобразным верховным судьей в поиске истины.

Вслед за экспериментальной физикой в цифровую эру широкое распространение в естественных, инженерных и многих других науках получили идеи и методы экспериментальной математики [1; 2]. При этом важно подчеркнуть, что в цифровизации научных исследований и образования ведущую роль играют возникшие десятки и даже сотни лет назад фундаментальные идеи и методы математики и физики, сыгравшие ведущую роль и в формировании компьютерных наук на рубеже тысячелетий [3; 4].

Под воздействием этих идей и методов научные исследования в цифровую эру вышли уже «на новый, более высокий (трансдисциплинарный) уровень познания и порождающий универсальную методологию, способную решать сложные многофакторные проблемы природы и общества» [5, с. 14]. Поэтому справедлив вывод о том, что «трансдисциплинарность становится ключевой концепцией во многих науках» [5, с. 17], поскольку она «предполагает возникновение различных научных систем, находящихся над конкретными дисциплинами сверху, над дисциплинарным делением научного знания, нарушение границ различных научных дисциплин»¹.

Несмотря на различные трактовки термина «трансдисциплинарность», авторы подходят к оперированию этим термином на основе специальной уточняющей добавки, позволяющей однозначно и понятно раскрыть важность этого термина с точки зрения современных исследований математики и физики. А именно: термин «трансдисциплинарность» в нашем исследовании характеризует уровень исследований сформировавшейся на рубеже тысячелетий системы физико-математических наук, идеи, методы и понятия которых стали универсальными, пронизывающими естественные, технические и другие науки. Этот трансдисциплинарный уровень исследований наиболее ярко прослеживается при анализе роли универсальных направлений (идей, методов, понятий) физико-математических наук, ставших фундаментом компьютерных наук, на котором сформировался современный цифровой мир и общество. Среди наиболее важных областей компьютерных наук – искусственный интеллект, большие данные (Big Data), программирование, конструирование компьютеров, робототехника и др., без которых уже невозможно открывать и изучать *универсальные* закономерности и свойства окружающего мира,

¹ Тестов В. А. О роли математики в трансдисциплинарном тренде современного образования // Математическое образование в школе и вузе: сборник материалов международной конференции «Математическое образование в школе и вузе: опыт, проблемы, перспективы (MathEdu)». Казань: Казанский (Приволжский) федеральный университет, 2021. С. 205–208.

Поэтому в условиях лавинообразного роста научного знания и возникновения уже более чем 15 000 наук¹ возникла **проблема** формирования у студентов вузов в процессе естественно-научного и инженерного образования *универсальных* трансдисциплинарных умений и системного мышления в анализе различной информации на основе математических и физических идей, методов и понятий, наиболее значимых в соответствующей профессиональной области.

Таким образом, анализ методологии современной математики и физики и трансдисциплинарного тренда в современной науке свидетельствует об актуальности **цели** статьи, заключающейся в исследовании трансдисциплинарной роли физико-математических дисциплин в современном естественно-научном и инженерном образовании. Для реализации этой цели в статье анализируется роль в физико-математическом образовании наиболее важных идей, принципов, методов и понятий современной математики и физики, буквально пронизывающих исследования многих наук.

Трансдисциплинарность позволяет по-новому взглянуть на распространенный сейчас в образовании компетентностный подход. Становится очевидной необходимость его трансформации, приближения его к реалиям образования цифровой эры.

В подходах и методах исследования учтены потенциальные ограничения возможностей методов трансдисциплинарных областей математики в модернизации естественно-научного и инженерного образования, в том числе в дидактике, методике обучения математике и информатике.

Обзор литературы

В разных странах за последнее десятилетие опубликовано достаточно большое количество работ по проблеме трансдисциплинарности ([6–10] и др.). Различные трактовки понятия трансдисциплинарности систематизированы в монографии [11]. Как уже отмечалось, в данном исследовании трансдисциплинарность рассматривается как тенденция вывода научных исследований на «более глубокий (по сравнению с междисциплинарным) трансдисциплинарный уровень познания, порождающий универсальную методологию, способную решать сложные многофакторные междисциплинарные проблемы природы и общества» [5, с. 11] на основе современных теорий и методов математики и физики как фундамента компьютерных наук.

Трансдисциплинарный тренд в современной науке приобрел фундаментальное значение в подготовке выпускников вузов, способных учиться всю жизнь и умеющих выйти за рамки своей профессии, в пополнении ее знаниями, технологиями из других видов профессиональной деятельности, что позволяет находить решения сложных профессиональных проблем, требующих

¹ Бармин А. В. К проблеме классификации науки // История науки и техники в системе современных знаний: материалы научной конференции, посвященной 10-летию кафедры истории науки и техники УГТУ – УПИ, Екатеринбург. 2009. С. 41–46.

трансдисциплинарного синтеза знаний. Исследование новых междисциплинарных аспектов в формировании компетенций «обусловлено третьей профессиональной революцией, в процессе которой появились специалисты, обладающие уникальным комплексом методов, средств, способов деятельности, что создает возможности для решения проблем в нестандартных ситуациях, условиях неопределенности» [12–14]. Это особенно важно в исследованиях сложных систем с использованием методов синергетики и асимптотических методов для открытия новых закономерностей их поведения, когда прежние закономерности, считавшиеся общеобязательными, оказываются особыми случаями более важной широкой закономерности (закона).

В оценке роли трансдисциплинарного тренда важно то, что все перечисленные уникальные научные области и концепции цифровой эры были созданы на основе достижений математики и физики за последние десятилетия в процессе давно происходящей математизации¹ и начавшейся физизации наук, т. е. проникновения их идей и методов в естественные, технические (инженерные) и другие науки.

Недооценка роли современной математики и физики, являющихся основой трансдисциплинарного тренда в естественных, инженерных и других науках цифровой эры, может повлечь за собой ряд негативных последствий в подготовке студентов в вузах. В частности, многими авторами критикуется доминирующий в образовании компетентностный подход [15–17]. В частности, «отмечается, что первоначально выделенный набор формируемых компетенций с течением времени за счет расширения и дробления превратился в трудно обозримую массу компетенций»². «Компетентностные» ФГОСы по существу противоречат трансдисциплинарному подходу, приводят не к укрупнению, а к «размельчению» набора учебных предметов в процессе подготовки в вузе. Это «размельчение» все более усиливается в условиях уже отмечавшегося лавинообразного роста научного знания. В результате такой политики физико-математические дисциплины оказались урезанными. При этом в условиях большой свободы, предоставляемой вузам «компетентностными» ФГОСами в формировании образовательных программ подготовки и учебных планов, «вымывается» содержание математической и физической подготовки.

Таким образом, в последние десятилетия все усиливается деградация математической и физической подготовки в вузах, вызвавшая существенное снижение качества профессиональной подготовки студентов в условиях коммерциализации и хаотичной цифровизации образования (не имеющей единой методологической основы). Практика применения компетентностного подхода в высшем образовании и его теоретический анализ различными учеными свидетельствует о необходимости его трансформации, приближения его как к реалиям образования цифровой эры, так и к специфике рос-

¹ Рузавин Г. И. Математизация научного знания. М.: Мысль, 1984. 207 с.

² Тестов В. А. О трансдисциплинарной роли математики в современном образовании // Современные проблемы и перспективы обучения математике, физике, информатике в школе и вузе: межвузовский сборник научно-методических трудов. Вологда, 2021. С. 69–73.

сийского образования, использования наработок российской педагогической науки [18].

По-прежнему остается актуальным высказывание крупного российского математика Н. Н. Красовского, сделанное им в 2003 году: «В наше время математическому образованию – и на высшем уровне, и особенно в школе – грозят большие беды. Время на обучение математике безжалостно сокращается. Программа и методика трансформируются, мягко говоря, своеобразно» [19, с. 3]. В связи с этим следует напомнить и о предупреждении, сделанном В. И. Арнольдом, о том, что «математическая безграмотность губительнее костров инквизиции»¹.

Столь же драматично обстоит ситуация и с обучением физике в школе. Крупные ученые в области методики обучения физике В. Г. Разумовский и Ю. А. Сауров недавно также констатировали, что «фактически выросло целое поколение учителей (физиков. – *Авторы*) в условиях резкого сокращения учебного эксперимента в школах в условиях деградации материальной базы, а отсюда и самой методики работы с опытами» [20, с. 5]. При этом «за проблемами в обучении физике быстро пришли проблемы освоения логики, математики, метода естественно-научного познания, конструирования и проектирования» [20, с. 5].

Методология, материалы и методы

В исследовании важную роль играли системный и синергетический подходы в анализе роли математики и физики как основы трансдисциплинарного тренда современной науки и образования, синтезирующего идеи и методы самых разных дисциплин. Системный подход позволяет видеть окружающий мир как единую систему, состоящую из множества взаимодействующих друг с другом подсистем, а синергетический подход лежит в основе исследования непрерывной эволюции этих систем (развивающихся динамических, статических, неорганических, органических и других систем окружающего мира).

При обосновании роли математики и физики особое внимание уделено методам формирования у студентов системного мышления, лежащего в основе разработки сложных математических моделей процессов и явлений. При формировании такого типа мышления большое значение имеет реализация принципа фундаментализации образования, подразумевающего, что должна быть осуществлена «интеграция или сближение науки и образования, универсализация знаний, умений, навыков и формирование общекультурных основ в процессе обучения» [21, с. 25].

В качестве инструмента формирования системного мышления с его важным качеством нелинейности, характеризуемым ниже, использовался метод, основанный на изучении в физико-математических курсах нелинейных структур, в частности, порядковых структур, которые особенно важны в исследова-

¹ Арнольд В. И. Математическая безграмотность губительнее костров инквизиции // Известия. 1998. 16 янв. С. 4.

ниях сложных систем при открытии фундаментальных законов, управляющих их поведением. Поэтому в исследовании важную роль играла методология синергетики, важная в исследованиях сложных систем благодаря своим трансдисциплинарным методам и понятиям. Среди них асимптотические методы, методы теории нечетких множеств и многозначной логики, понятия симметрии и асимметрии объекта, хаоса, бифуркации и др. В частности, «образно говоря, симметрия и законы сохранения выполняют роль железного каркаса, на котором держится здание физической теории»¹. Следует заметить, что и в математике понятия симметрии и асимметрии являются ключевыми в изучении различных математических структур (групп, полей, решеток и др.), важных в исследованиях в физике и других естественных и инженерных науках.

Происходящие в современном обществе процессы лавинообразной цифровизации «приводят к тому, что в системе появляется определенная доля хаоса. Функционирование системы образования в этих условиях можно и нужно рассматривать как организацию сложных нелинейных самоорганизующихся систем» [18, с. 42]. Таким образом, происходящая в образовании цифровая трансформация заставляет научное сообщество вновь обратить внимание на идеи и методы синергетики.

Материалы и методы исследования основаны на результатах многолетних исследований авторов и их коллег по методологии и методике обучения трансдисциплинарным областям математики и физики. Эти результаты отражены в монографии [21] и учебных пособиях [22–24] и внедрены в учебный процесс высших учебных заведений, колледжей (техникумов) Екатеринбург, Вологды, Самары, Кирова и других городов.

Различные аспекты и результаты исследований, освещенные в [5; 25; 26] и других работах авторов, неоднократно докладывались и обсуждались более чем на тридцати научных конференциях и семинарах разного уровня.

Результаты

I. О трансдисциплинарных понятиях профильного обучения физико-математическим дисциплинам. Как показывает анализ трудов крупных ученых в области математики, физики и кибернетики А. А. Самарского², А. Н. Тихонова³, В. М. Глушкова⁴ и др., в исследовании трансдисциплинарной роли физико-математических дисциплин в современном естественно-научном и инженерном образовании особенно важно исходить из того, что «наиболее яркими проявлениями этой новой ступени «всечеловеческой» культуры (исследований цифровой эпохи. – *Авторы*) являются математическое модели-

¹ Барашенков В. С. За пределами теории Эйнштейна – суперсимметрия и супергравитация // Знание – сила. 1987. № 7. С. 30.

² Самарский А. А. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. Изд. 2-е, испр. М.: ФИЗМАЛИТ, 2002. 320 с.

³ Тихонов А. Н. Собрание научных трудов в 10 томах. М.: Наука, Т. 1 (2009). 638 с. Т. II (2009). 588 с.

⁴ Глушков В. М. Кибернетика. Вопросы теории и практики. М.: Наука, 1986. 888 с.

рование, дискретная математика и вычислительные процессы»¹. Их роль особенно велика в преодолении разного рода диспропорций между фундаментализацией и трансдисциплинарным трендом в образовании, с одной стороны, а с другой стороны, утилитарным подходом и хаотичным, непродуманным внедрением цифровых технологий.

Среди понятий математического моделирования и дискретной математики прежде всего следует отметить главные ориентиры («навигаторы») в огромном «океане» идей и методов современной математики и физики: модель, изоморфизм (равенство моделей), алгоритм, число, вероятность, пространство, время, вещество, энергия, атом, элементарная частица, (физическое) поле, система, устойчивость и энтропия системы и некоторые другие. К числу таких других можно отнести и понятие тензора из тензорного анализа, ставшего основным формализмом общей теории относительности, и понятие группы из алгебры, имеющее фундаментальное значение в химии твердого тела, кристаллографии и, что, несомненно, более важно, в исследовании симметрии в природе и т. д.

Конечно, может сразу возникнуть возражение, что среди перечисленных понятий в явном виде не указаны и другие не менее важные трансдисциплинарные понятия. Но, естественно, в огромном «океане» идей, принципов и методов современной математики и физики невозможно составить сколь-нибудь удовлетворительный с той или иной точки зрения полный список понятий. Тем более – с учетом очень большого числа направлений и профилей подготовки в естественно-научном и инженерном образовании.

В составлении такого профильного списка трансдисциплинарных понятий важен принцип фундаментализации образования, означающий прежде всего сближение науки и образования. Не случайно ректор МГУ им. М. В. Ломоносова В. А. Садовничий называет эталонным лишь «фундаментальное образование, главной целью которого служит распространение научного знания как части мировой культуры» [27]. Поэтому в дальнейшем выявлении понятий методологии профильного обучения физико-математическим дисциплинам необходим анализ той системы математических и физических наук, которые лежат в основе профильного обучения в том или ином направлении естественно-научной или инженерной подготовки. Тем не менее для обеспечения фундаментализации подготовки важно исходить из системы математических или физических наук, сформировавшихся в цифровую эру и представленных в том или ином виде, например, в курсах обучения математике в ведущих вузах России, осуществляющих естественно-научную и инженерную подготовку, а также в некоторых курсах «Концепции современного естествознания». Не менее важным ориентиром могут служить труды по философии математики и физики выдающихся математи-

¹ Перминов Е. А. О методологических аспектах реализации культурологического подхода в математическом образовании // Педагогика. 2011. № 9. С. 49–55.

ков и физиков (см. ранее процитированную работу Г. Вейля «О философии математики» и работу Г. Гейзенберга¹).

Следует подчеркнуть, что в трансдисциплинарной революции ключевую роль играет феномен компьютера. Поэтому в выявлении трансдисциплинарных понятий математики и физики все более важную роль играют математические основы компьютерных наук, изучение которых уже начато в ведущих университетах России. Но, как показывает анализ всей перечисленной здесь литературы, главными такими понятиями в обучении физико-математическим дисциплинам, имеющим фундаментальное значение в каждом профиле обучения, являются понятия, лежащие в основе корректной реализации этапов математического моделирования с использованием компьютера. А именно: это характеризующие далее понятия «математическая модель», «изоморфные» («равные» модели), «алгоритм», «формальный язык», «алгоритмическая разрешимость».

II. Об общенаучном значении и трактовках трансдисциплинарных понятий различных этапов математического моделирования.

Фундаментальные понятия – это такие понятия, которые в определенном смысле наиболее всеобъемлющи, поэтому им трудно дать точную формулировку. Таковыми являются понятия, характеризующиеся в этом пункте. Поэтому мы приведем наиболее часто используемые трактовки и пояснения их сути.

1. Различные трактовки понятия математической модели

А. Математическая модель как абстрактный образец решения задачи.
В быденном сознании «смысл слова „модель“ ассоциируется, прежде всего, с моделью одежды, автомашины или с другой материальной моделью как о каком-то новом рекламном образце, предлагаемым для массового использования. Поэтому на основе осознания школьниками потребности в решении математических задач следует дать первое представление о математической модели как об универсальном математическом образце решения задачи. В роли такого образца могут выступать теорема, формула, правило, алгоритм и т. д., с помощью которых находится ответ»². Требование универсальности означает, что этот образец будет пригоден для решения многих однотипных задач, которые иногда отличаются лишь наименованиями величин, переменных, предметов и т. д., о которых идет речь в их условии. Например, то или иное дифференциальное уравнение с частными производными может оказаться универсальным образцом для решения соответствующего ряда однотипных задач математической физики. Уместно напомнить и о таком универсальном математическом образце, каким является с древних времен теорема Пифагора. Эту теорему с точки зрения эстетики бесспорно можно считать образцом математической «красоты», которой должно желать в понятии математиче-

¹ Гейзенберг Г. Философия и физика. Часть и целое. Пер. с нем. М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. 480 с.

² Перминов Е. А. О методике изучения понятия математической модели // Информатика и образование. 2006. № 7. С. 40–43.

ской модели (красоты в смысле неожиданности, изящности формулировки, нетривиальности доказательства).

Б. «*Математическая модель как множество с заданными на нем операциями и отношениями данного типа (т. е. абстрактная структура)*» [21, с. 248]. Такого вида модели особенно распространены в исследованиях дискретной математики. Типом операции называется число элементов, к которым она применяется, а типом отношения – число элементов, состоящих в отношении. Такая трактовка понятия математической модели «образно говоря, играет такую же важную роль в классификации математических моделей, как и понятие *атомного веса* элемента при создании периодической таблицы химических элементов Менделеева» [21, с. 248].

В. *Математическая модель как представитель класса математических моделей*. В физике часто класс физических объектов, процессов и явлений с интересующими исследователя их характеристиками задается, описывается одним или несколькими дифференциальными уравнениями.

Разновидностью обсуждаемой трактовки является трактовка модели как аналога (заместителя) оригинала, отражающего некоторые его важные характеристики.

Г. *Информационная модель*. В учебниках по информатике «авторы сразу отталкиваются от понятия „информационная модель“, не определяя, что такое модель вообще»¹. Прилагательное «информационная» свидетельствует о том, что модель полностью определяется какой-то информацией о ней, например, о задающем ее языке описания.

2. О понятии изоморфных (равных) моделей. Понятие изоморфизма является частным случаем понятия неразличимости в каком-то смысле или равенства каких-то объектов, например, неразличимости по форме равных треугольников. Возникшее в древности понятие натурального числа тоже свидетельствует о неразличимости с точки зрения количества каких-то именованных объектов. Затем понятие равенства чисел постепенно было перенесено на более сложные объекты в математике и физике, в том числе на математические модели. Часто эти изоморфные, но простые модели могут различаться даже только наименованиями или расположением своих элементов, что не всегда удается увидеть, не зная сути понятия изоморфизма.

Например, часто возникающие в исследованиях естественных и инженерных наук такие модели, как графы, могут показаться совершенно различающимися друг от друга как наименованиями своих элементов, так и их расположением. Но они, как и равные треугольники в школе, могут рассматриваться исследователем как неразличимые (равные) с точки зрения какого-то их свойства, т. е. изоморфные. В качестве поясняющего примера рассмотрим графы G и F, изображенные на рис. 1 и 2.

¹ Перминов Е. А. О методике изучения понятия математической модели // Информатика и образование. 2006. № 7. С. 40–43.

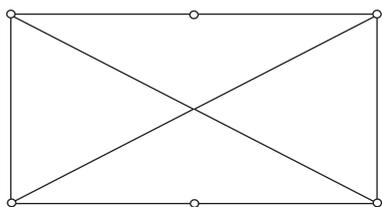


Рис. 1. Граф G

Fig. 1. Graph G

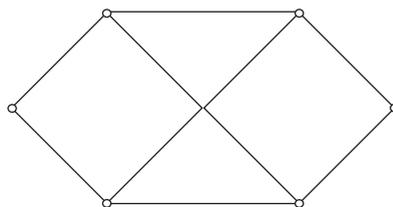


Рис. 2. Граф F

Fig. 2. Graph F

Эти графы представляют собой, образно говоря, схемы, на которых имеются по-разному расположенные точки, соединенные разными по форме линиями. Можно считать, что точки изображают сигнальные устройства, а соединяющие их линии – провода, передающие электрический сигнал. Тогда с точки зрения важного свойства графов (а именно – возможности передачи электрического сигнала из одного сигнального устройства в другое по проводам) эти графы неразличимы (изоморфны).

Благодаря понятию изоморфизма моделей объектов все знания, приобретенные о модели в какой-то области, могут быть без искажений перенесены на другие знания об изоморфной ей модели, иногда даже в совершенно другой области знания. Часто эти изоморфные модели могут различаться только наименованиями своих элементов, что не всегда удастся увидеть, не зная сути понятия изоморфизма.

3. Алгоритм. Применительно к математическому моделированию алгоритм можно принять за строгую систему правил, которая определяет последовательность действий (шагов, манипуляций) с некоторыми элементами объектов или с самими объектами и после конечного числа таких действий приводит к достижению поставленной цели. Однако такое интуитивное понятие алгоритма и другие подобные ему разъяснения недостаточны для точного корректного применения его в математическом моделировании с использованием компьютера.

В анализе трансдисциплинарной роли понятия алгоритма в научных исследованиях и производстве большое значение имеет точное определение понятия алгоритма на языке теории. А именно: алгоритм – это последовательность команд (программа) машины Поста¹. Причем описание этих команд очень близко к описанию работы пишущей машинки (сдвиг каретки вправо или влево, печатание символа и т. д.).

Алгоритм также точно может быть определен с помощью команд машины Тьюринга или как нормальный алгоритм Маркова. При этом в теории алгоритмов доказывается, что все эти определения алгоритма эквивалентны и являются основой корректного использования понятия алгоритма в математи-

¹ Успенский В. А. Машина Поста / Популярные лекции по математике. Москва: Наука, 1979. Вып. 54. 93 с.

ке, физике и многих других науках. Но главное заключается в том, что точное определение алгоритма позволяет хорошо представить опасность бездумного использования того или иного предлагаемого программного обеспечения в исследованиях математики, физики и других естественных и инженерных наук. Как предупреждает в связи с этим крупный специалист в этой области Р. Гласс, «рекламный звон вокруг инструментов и методов – это чума индустрии ПО (программного обеспечения». – *Авторы*) [28].

Точное определение алгоритма заставляет исследователя задуматься о том, а нельзя ли обойтись в решении задачи даже без компьютера и решить ее сначала «вручную», что важно в безаварийности производства. Уместно в связи с этим вспомнить об уральском математике-священнике И. М. Первушине, который умел обходиться наилучшим образом с таким простым «минимальным» средством для вычислений под названием «конторские счета» в вычислениях с большими натуральными числами. В результате он нашел, например, девятое совершенное число (с 37 цифрами!) и девятое простое число Мерсенна.

Формальные языки. Формальные языки – это раздел дискретной математики, лежащий в основе разработки программного обеспечения компьютеров.

Задача формулировки точного определения формального языка является очень сложной, поскольку, например, формальным языком является любой естественный язык с его грамматическими правилами (законами правописания), язык дифференциального исчисления, язык программирования Паскаль и др.

Наиболее знакомым и простым формальным языком является формальный язык школьной алгебры, в котором в качестве законов или правил выполнения операций (т. е. аксиом, принимаемых без доказательства) выступают сочетательный, переместительный и распределительный законы.

5. Алгоритмическая разрешимость. Задача является алгоритмически разрешимой на данном математическом языке, если существует алгоритм ее решения на этом языке (выбранном для решения задачи). Например, задача нахождения корней квадратного уравнения алгоритмически разрешима, поскольку существует алгоритм ее решения на языке школьной алгебры.

С точки зрения алгоритмической разрешимости все задачи делятся на несколько видов. В частности, есть задачи, для которых алгоритм решения имеет бесконечное число действий или не существует, а также задачи, для которых такой алгоритм пока не найден. С другой стороны, есть задачи с конечным числом действий алгоритма, в том числе с экспоненциальным («плохим») алгоритмом решения и с полиномиальным («хорошим») алгоритмом решения.

Примеры алгоритмически разрешимых задач и задач, не имеющих алгоритма решения, можно найти в учебной литературе по физико-математическим дисциплинам. Наиболее известны такие задачи, как не имеющая решения задача о создании вечного двигателя, задача перечисления всех простых чисел и гамильтоновых графов с не найденным алгоритмом решения и др.

II. О роли других важных трансдисциплинарных понятий математики и физики. Исследователям в естественных и инженерных науках, как правило, приходится самим отбирать математические понятия для формулировки законов той или иной своей науки, причем не произвольно, а обдуманно на основе полученного ими фундаментального образования в области физико-математических дисциплин. При этом часто оказывается, что во многих случаях эти понятия были введены ими независимо, и лишь впоследствии они обнаруживали, что данные понятия уже давно известны в математике. Так происходило с древних времен с понятием числа и его различными видами (иррациональные, трансцендентные и комплексные числа).

Понятие комплексного числа в математике стало общепризнанным благодаря монографии великого математика К. Гаусса «Теория биквадратичных вычетов». Это понятие легло в основу функционального анализа, разработанного позднее на рубеже XIX и XX веков и ставшего использоваться выдающимися физиками П. Дираком, В. Гейзенбергом, Э. Шредингером и др. в известном подходе (векторы, состояния и т. п.) к изобретению квантовой механики. Подчеркнем, что традиционно курс квантовой механики является введением в курсы атомной физики и физики твердого тела как фундаментальных областей, важных не только в физике, но и в других областях естествознания и инженерной науки.

Особо отметим, что понятия иррационального и трансцендентного числа, возникшие еще раньше комплексных чисел, также имеют выходящее далеко за рамки обсуждаемых наук («трансцендентное») значение в математическом моделировании с использованием компьютера во многих других науках.

Далее, понятие вероятности события лежит в основе теории вероятностей, ставшей математической основой статистической физики, термодинамики и затем трансформировавшейся применительно к исследованиям в квантовой механике и квантовой теории поля. Аналогичные примеры роли понятия вероятности события можно привести и в других естественных и инженерных науках.

В подтверждение трансдисциплинарной роли ряда других перечисленных ранее понятий (пространство, время, вещество, энергия, атом, элементарная частица и др.) в естественно-научном и инженерном образовании достаточно сослаться, например, на содержание курсов общей физики, химии, биологии и курсы по высшей математике и физике для технических учебных заведений. Но подчеркнем, что среди всех этих понятий особое значение в цифровую эру приобрели понятия (сложной) системы, ее устойчивости и энтропии, суть которых кратко будет изложена в рамках системного и синергетического подходов, особенно важных в исследовании проблемы, поставленной в нашей статье, и достижении ее цели.

III. О трандисциплинарных идеях, принципах и методах физико-математических дисциплин. Как уже отмечалось, невозможно в одной статье изложить суть и классификацию всех трандисциплинарных понятий, важных в естественно-научном и инженерном образовании. Тем более что с точки зрения дидактики и методики обучения лишь немногие из этих идейно сложных понятий можно доступно изложить в том или ином курсе физико-математических дисциплин. Но был осуществлен анализ роли именно тех ключевых понятий, которые сейчас послужат основой для обсуждения наиболее важных трандисциплинарных идей, принципов и методов физико-математических дисциплин, на которых, по нашему мнению, должно базироваться естественно-научное и инженерное образование для обеспечения его фундаментальности.

В основе выявления и анализа сути этих идей и методов, имеющих фундаментальное значение в естественно-научном и инженерном образовании, лежат отмеченные ранее системный и синергетический подходы, на основе методологии которых можно наиболее выпукло охарактеризовать трандисциплинарные идеи, принципы и методы физико-математических дисциплин. В том числе – и методы формирования у студентов системного мышления, лежащего в основе разработки математических, компьютерных, стохастических, имитационных и других моделей сложных систем, процессов и явлений.

С точки зрения физики в основе теории систем лежит понятие системы, введенное И. Ньютоном и использованное им для описания простейших механических систем, состояние которых полностью определяется импульсами и координатами всех тел, образующих данную систему. Позднее понятие системы стало использоваться в различных областях естествознания и техники. Так, в биологии речь идет о биосистемах, в периодической системе элементов Д. И. Менделеева – о системах химических элементов, в кибернетике – о системах управления, в технических системах – о совокупности взаимосвязанных физических элементов, взаимодействия между которыми делятся на механические, электромагнитные, гравитационные и др.

В естественных, технических и других науках ведущую роль играют сложные системы, состояние которых зависит от многих факторов. При этом в основе исследования их сложности лежит не только оценка большого числа их элементов, входящих в систему (переменных, состояний, компонентов). Главную роль в их исследовании играет понятие структуры их элементов, описывающей разнообразие взаимозависимостей между ними.

Как показывает анализ предмета и функций современной дискретной (компьютерной) математики, в естественно-научном и инженерном образовании велика роль доминирующих в ней структур и схем. При этом «доминирующими в дискретной математике являются (в общенаучной терминологии) алгебраические, порядковые структуры и логические, алгоритмические, комбинаторные схемы (как средства, методы математического исследования)» [21, с. 73]. Важно подчеркнуть, что на основе языка этих структур в мышлении

формируются когнитивные (познавательные) структуры, лежащие в основе формирования системного мышления, особенно важного в моделировании сложных нелинейных систем в естественных и инженерных науках.

В условиях доминирования в постнеклассической науке сложных нелинейных систем «нелинейность является одним из наиболее часто используемых в постнеклассической науке понятием. Нелинейность в философском смысле есть нарушение условий аддитивности и пропорциональности в некотором явлении, т. е. результат суммы воздействий не равен сумме их результатов, результат непропорционален усилиям; целое не есть сумма его частей и т. д.» [29, с. 69]. Поэтому в формировании системного мышления фундаментально значение порядковых математических структур, являющихся основой определения меры порядка и хаоса в природных и технических системах.

Поэтому на основе изучения порядковых структур формируется важнейшая составляющая системного мышления, которой является нелинейное мышление, являющееся антиподом линейного мышления как наиболее присущего мышлению людей с древних времен в результате широкого использования в повседневной жизни линейного порядка (сравнения чисел по величине) из множества натуральных чисел. К сожалению, «линейное мышление, до сих пор доминирующее как в умах людей, так и в ряде областей науки, становится принципиально недостаточным и даже опасным. Но в сложном современном мире большинство явлений и процессов уже не могут быть описаны линейными моделями (например, линейными дифференциальными уравнениями)» [29, с. 69]. Поэтому обучение физико-математическим дисциплинам должно быть направлено на формирование у студентов нелинейного мышления, «которое предполагает поиск нешаблонных путей к достижению целей, понимание, что главную роль в мире играет неустойчивость и неравновесность, случайность» [29, с. 69]. В связи с этим подчеркнем, что поведение (состояние) сложных нелинейных систем, особенно природных (биосистем, геосистем, экологических и др.) вариативно и однозначно непредсказуемо.

Отметим, что нелинейное мышление особенно важно в выявлении порядковой сложности и иерархии нелинейных сложных систем (физических, технических, управленческих и многих других)¹, отличающихся разветвленной структурой и большим разнообразием внутренних связей, в описании которых важную роль играет язык порядковых и других структур математики, в том числе язык структур, определенных на нечетких множествах, характеризуемых далее.

Нелинейность является одним из важнейших понятий синергетики. Синергетика как теория самоорганизации многофакторных сложных систем наиболее выпукло отражает роль современного трансдисциплинарного подхода и исследуемую в нем роль физико-математических дисциплин. Синергетика направляет деятельность ученых на исследование процессов изменения

¹ Мессарович М., Мако Д., Такахага И. Теория иерархических многоуровневых систем; пер с англ. М.: Мир, 1973. 344 с.

и развития систем и формирования новых систем в процессе их самоорганизации.

Поэтому не случайно синергетика начала оказывать все большее влияние на разные сферы современного цифрового мира и общества, особенно на методологию физико-математических дисциплин как трансдисциплинарную основу естественно-научного и инженерного образования. С синергетической точки зрения в обучении физико-математическим дисциплинам ключевыми понятиями являются понятия устойчивости и неустойчивости системы. Действительно, устойчивость является важнейшей чертой поведения системы, используемой при исследовании сложных систем в физике и других естественных и технических науках. Понятие устойчивости характеризует постоянство какой-либо черты поведения системы. В свою очередь, неустойчивость системы в широком смысле означает ее зависимость от воздействия на нее каких-то принципиально неконтролируемых, случайных воздействий или событий. На самом деле случайность – фундаментальное свойство природы. Это свойство описывается вероятностью и свидетельствует о стохастическом и нерегулярном характере явлений природы.

Важно подчеркнуть, что случайность характерна для неклассического естествознания (в частности, неклассической физики) и лежит в основе исследования многочастичных физических систем (состоящих из газа, твердых тел, плазмы) в физике твердого тела, физике плазмы, статистической механике.

Ключевым в исследовании меры устойчивости системы является понятие асимптотически устойчивой системы, производное от математического понятия «асимптота». В широком смысле асимптотическая оценка, или приближение, является важнейшим понятием математики. Если не удастся описать поведение (состояния) системы в полном объеме, то можно это сделать приближенно с использованием компьютера на достаточном для практики уровне точности асимптотической оценки, или приближения.

Асимптотические оценки, или приближения, стали основой асимптотического метода исследований в естественных, технических и других науках. Важно подчеркнуть, что с помощью этого метода можно установить связь между самыми разными физическими теориями. А. Эйнштейн отмечал, что «лучший жребий физической теории – послужить основой для более общей теории, оставаясь в ней предельным случаем» [30, с. 21]. Таким образом, асимптотический метод лежит в основе анализа соответствия между сменяющимися друг друга физическими теориями и дает возможность определить область применимости «старой» теории. В результате в обучении физико-математическим дисциплинам возрастает значение асимптотической математики. А именно той самой мягкой математики и мягкого математического моделирования, в которых нуждаются биология, экология, экономика, социология и другие самые разные науки, в том числе синергетика. С синергетикой их особенно сближает динамизм методов, обращенных к жизни, что проявляется особенно ярко

в исследованиях социально-гуманитарных наук, в том числе в педагогике и психологии.

Как показывает историко-философский анализ процесса математизации наук, главной трансдисциплинарной идеей, буквально пронизывающей с древних времен исследования практически всех наук, является идея взаимодействия дискретного и непрерывного начал исследования. Об этой идее писал В. И. Арнольд: «Математическое описание мира основано на тонкой игре непрерывного и дискретного. Дискретное более заметно»¹. По-видимому, впервые эта идея возникла еще у Архимеда, воплотившего ее в нахождении площади сегмента параболы с использованием бесконечной дискретной числовой последовательности квадратов натуральных чисел.

Он тем самым предвосхитил использование этой идеи в дифференциальном исчислении, имеющем необозримое число приложений в естественных и технических науках и открытом независимо И. Ньютоном и Г. В. Лейбницем. Эта идея легла в основу определения трансдисциплинарных понятий предела, производной и интеграла (как предела дискретной последовательности интегральных сумм), ставшими основой дифференциального и интегрального исчисления, пронизывающих исследования естественных, инженерных и многих других наук.

В прошлом веке эта идея воплотилась в комбинаторном анализе структуры сложных нелинейных систем, в частности – комбинаторной асимптотической оценки огромного числа элементов, входящих в систему (переменных, состояний, компонентов), а также при выявлении разнообразия взаимозависимостей между ними. Имеются многочисленные примеры использования элементов комбинаторного анализа в обеспечении требуемой точности вычислений, важной в обеспечении надежности, прочности оборудования, конструкций, сооружений и т. д., например, требуемой точности в вычислении значений функции на основе формулы суммирования Эйлера – Маклонера и в вычислении конечных сумм²).

Наибольшую известность в математике, физике и других естественных и инженерных науках в прошлом веке получил такой метод комбинаторного анализа, как метод конечных разностей приближенного решения дифференциальных уравнений. В частности, при построении непрерывной модели сложной системы в виде дифференциальных уравнений (решение которых представляет большие трудности) такие уравнения заменяют разностными уравнениями, которые достаточно хорошо дискретно описывают сложную систему.

Еще одним примером реализации принципа взаимодействия дискретности и непрерывности является его воплощение в дискретной последовательности итераций при построении фрактала как предельного множества.

¹ Арнольд В. И. Теория катастроф. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. 128 с.

² Металлические конструкции: общий курс: учеб. для вузов / Г. С. Ведеников, Е. И. Беленя, В. С. Игнатова и др. ; под ред. Г. С. Веденикова. 7-е изд., перераб. и доп. М.: Стройиздат, 1998. 760 с.

В частности, эта идея используется при построении решеточного фрактала, постепенно возникающего в процессе счетного множества итераций из начальной решетки и являющегося черным квадратом Малевича (повернутого вокруг центра на 45°). Этот пример наглядно иллюстрирует суть понятия порядка как основе подобия части целому и является еще одним примером реализации этого принципа.

Благодаря принципу взаимодействия «непрерывного и дискретного» важные дискретные аналоги понятий теорий хаоса, а также динамических систем и фракталов под другими названиями можно обнаружить в теории алгебраических систем..., являющихся дискретными»¹. В последние десятилетия наиболее ярким и широким воплощением этого принципа стали новые идеи и методы решения многовековой проблемы единообразного используемого аппарата и достаточно простой реализации представления сложных функций.

Как оказалось, традиционный аппарат представления сложных непрерывных функций в виде рядов Фурье оказывался малоэффективным для функций с локальными особенностями (в их интерполяции, аппроксимации, регрессии и т. д.). В совокупности новые идеи и методы представления таких функций стали основой формирования теории вейвлетов с дискретными и непрерывными вейвлетами [31; 32], обогатившей решение этой проблемы в математике, физике и других естественных и технических науках новыми математическими понятиями и объектами, применение которых может теоретически наиболее оптимально и строго представить сложную функцию. В результате на новый теоретический уровень вышли исследования не только в математике и физике, но и во многих других науках, например, в решении задач идентификации сигналов и изображений в картографии, метеорологии, разведке полезных ископаемых, в системах связи и средствах телекоммуникаций, в медицине и многих других областях науки.

Важно подчеркнуть, что в реализации этого принципа в самых разных науках на основе теории вейвлетов большую роль играют новейшие системы компьютерной математики и их расширения, среди которых MATLAB, Mathcad и Mathematica. Поэтому в последнее время теория вейвлетов нашла свое применение и в исследованиях сложных систем (нелинейных динамических, социально-экономических и др.).

Методы теории нечетких множеств и многозначной логики. Эти трансдисциплинарные методы особенно распространены в неклассическом естествознании, в их основе лежит категория «случайность» как фундаментальное свойство природы. Явления природы носят стохастический (нерегулярный) характер. Зачастую воздействия на природный объект приводят к флуктуациям – случайным отклонениям характеристик этого объекта от средних величин.

¹ Перминов Е. А. О роли дискретной математики в изучении понятий хаоса, порядка и фрактала в вузах // В сборнике: Обучение фрактальной геометрии и информатике в вузе и школе в свете идей академика А. Н. Колмогорова: материалы XVI Колмогоровских чтений 3-й Международной научно-методической конференции. Кострома, 2021. С. 37–42.

Стохастические системы неклассического естествознания и техники (физические, биологические, экспертные системы электроснабжения и др.) сложнее детерминированных. В основе их более сложного описания лежит теория нечетких множеств и нечеткая логика [33; 34]. В классической теории множеств однозначно определяется, принадлежит ли элемент множеству или нет. В отличие от этого в теории нечетких множеств указывается вероятность принадлежности данного элемента множеству. Благодаря такому отличию произошло сближение точности классической математики и нечеткости реального мира,

В теории нечетких множеств вводятся такие понятия, как нечеткое число, нечеткое отношения и нечеткой алгебраической операции. Затем – нечеткие высказывания, для которых можно только указать вероятность того, истинны они или нет.

Определяются и другие нечеткие понятия (нечеткой функции, нечеткого вывода и др.), которые в совокупности образуют основы нечеткой многозначной логики. В результате перечисленные и другие понятия и основанные на них методы (принятия решений, анализа данных и др.) современной многозначной логики стали основой функционирования нечетких систем управления сложными стохастическими системами. Уникальные возможности современных компьютеров дали возможность начать использовать нечеткие формальные системы (поисковые, экспертные и др.), породив тем самым искусственный интеллект и методы анализа больших данных (Big Data), коренным образом меняющих не только исследования современных наук и образование, но и образ жизни человека цифровой эры.

Перечисленные понятия стали основой формирования нечеткой математики, имеющей большие приложения в разработке нечетких моделей анализа данных и принятия решений в геофизике, профилактике пандемий, в системах управления техническими объектами в режиме реального времени и др.

Анализ трансдисциплинарной роли физико-математических дисциплин в современном естественно-научном и инженерном образовании во многом способствует преодолению большой опасности, связанной с хаотичной цифровизацией естественно-научного и инженерного образования. В частности – чрезмерном увлечении педагогическими, информационными и другими технологиями с использованием электронной информационно-образовательной среды вуза. В связи с этим подчеркнем, что крупными методологами педагогики В. В. Краевским и А. В. Хуторским высказано предупреждение о том, что «сегодня, в пору увлечения педагогическими технологиями, очень своевременно звучит напоминание об опасности, которую таит в себе забвение общей педагогической теории обучения – дидактики».¹ О ней некогда думать в пору хаотичных увлечений поиском «новых универсальных технологий, гарантирующих... лавры новатора без интеллектуальных затрат».²

¹ Краевский В. В., Хуторской А. В. Основы обучения. Дидактика и методика. М.: Изд. центр «Академия», 2007. 352 с.

² Там же. С. 69.

Таким образом, охарактеризованные трансдисциплинарные идеи, принципы, методы и понятия физико-математических дисциплин особенно важны в модернизации дидактики и методики обучения естественно-научным и инженерным дисциплинам (в том числе – в отборе целей, содержания, методов и форм обучения).

На основании изложенного можно уверенно сделать вывод о том, что влияние идей и методов современной математики и физики на педагогику, психологию, социологию и другие смежные с педагогикой науки свидетельствует о их высоком культурном потенциале в становлении («вызревании») новой парадигмы образования, адекватной реалиям цифровой эпохи.

Обсуждение результатов

Как уже отмечалось, ключевую роль в трансдисциплинарной революции играет феномен компьютера. Поэтому революцию часто называют также компьютерной или цифровой. В связи с этим подчеркиваем, что компьютерная революция началась во многом в результате формирования в прошлом веке компьютерных наук, в которых ведущую роль играют физико-математические науки: дискретная математика, численный анализ, теория алгоритмов и автоматов, электродинамика, классическая и квантовая механика, физика твердого тела, оптика, термодинамика и др. Поэтому главное значение результатов статьи заключается в том, что на их основе могут быть сформированы представления студентов о трансдисциплинарных физико-математических концепциях и категориях компьютерной революции, особенно важных в естественно-научном и инженерном образовании.

Как следует из изложенного, большое значение результатов статьи заключается также в том, что они способствуют фундаментализации обучения физико-математическим дисциплинам студентов естественно-научных и инженерных направлений в противовес непрерывным образовательным реформам (усиление утилитарности образования, непродуманной хаотичной цифровизации и т. д.). В том числе – в интеграции или сближении физико-математических наук и естественно-научного и инженерного образования.

Результаты статьи способствуют заполнению пробелов в существующей системе физико-математической подготовки студентов, порожденных в первую очередь деградацией обучения математике и физике в школе. В частности, эти результаты особенно важны во внедрении в подготовку студентов в вузах трансдисциплинарных идей, методов и понятий математики и физики. Они имеют фундаментальное значение в профильном обучении компьютерным наукам, в частности, в обучении таким их областям как искусственный интеллект, большие данные, программирование и др.

При внедрении этих идей «возникает проблема поиска педагогических подходов, способных осуществлять «сжатие» необходимого для усвоения учебного материала. Одним из наиболее приемлемых для таких целей подходов является использование трансдисциплинарной технологии, основанной на

синергетической методологии выявления параметров порядка организации современного знания, на обнаружении общих закономерностей организации любого знания» [18, с. 42]. Важно, что эта трансдисциплинарная технология позволяет использовать профильные системы искусственного интеллекта, преобразующие необходимую информацию в обозримую систему данных, необходимые преподавателю для принятия дидактических и методических решений. Сейчас большую часть своей жизни человек тратит на освоение опыта прошлого, на получение репродуктивных знаний. Использование же трансдисциплинарного подхода в обучении позволяет обучающимся сосредоточиться на главном, а знакомство с второстепенными, частными знаниями производить либо в обзорном порядке, либо сократив учебное время, с помощью различных компьютерных систем обучения.

Использование возможностей трансдисциплинарного подхода в создании обозримой системы знаний для преподавателя (в том числе с использованием профильных систем искусственного интеллекта) будет расширяться с появлением новых квантовых компьютеров, полученных в результате междисциплинарного взаимодействия математики, физики и компьютерных наук. Это новое поколение компьютеров реализует квантовые алгоритмы и вычисления, которые на много порядков повышают вычислительные возможности существующих компьютеров [35; 36].

В преодолении (смягчении) кризиса математического и физического образования будет недостаточно использование возможностей трансдисциплинарного подхода в создании обозримой системы знаний для преподавателя, в том числе с использованием искусственного интеллекта. В ее создании преподаватель должен обладать не только специальными научными, но и адекватными познаниями и умениями в области дидактики и методики обучения в той профессиональной области, в которой он осуществляет подготовку студентов. Поэтому математикам и физикам не следует замыкаться в узких рамках своей научной специальности.

Для преобразования необходимой информации в обозримую систему данных для принятия дидактических и методических решений им необходимы умения разрабатывать методическую систему обучения дисциплине, в которой важную роль играют классические принципы дидактики. Эта методическая система обучения и должна быть основой проецирования данной дисциплины на нужды профильной подготовки.

Заключение

Результаты анализа трансдисциплинарной роли физико-математических дисциплин свидетельствуют о фундаментальном значении уникального потенциала этих фундаментальных дисциплин в естественно-научном и инженерном образовании эпохи компьютерной революции. Трансдисциплинарные идеи и методы этих дисциплин выводят естественные и инженерные науки на более высокий уровень познания, тем самым способствуя повышению каче-

ства естественно-научной и инженерной подготовки студентов в вузах с использованием компьютера.

Эти результаты показывают, что в решении назревших проблем содержания естественно-научного и инженерного образования, в значительной степени порожденных деградацией обучения математике и физике в школе, необходимо использование всего охарактеризованного потенциала трансдисциплинарных физико-математических дисциплин. Использование их потенциала в цифровом мире и обществе становится все более актуальным еще и по той причине, что физико-математические науки стали методологической и технической основой корректного компьютерного, программного и аппаратного обеспечения компьютерных наук.

Как закономерно следует из результатов исследования, трансдисциплинарные идеи, принципы и методы физико-математических дисциплин способствуют формированию у студентов важных в их будущей профессиональной деятельности представлений о современной картине мира математики и физики, породивших уникальные достижения современного цифрового мира и общества.

Обосновано, что в формировании системного мышления студентов (с его качеством нелинейности) фундаментальное значение имеют структуры и схемы математики. Системное мышление дает выпускникам вузов возможность при необходимости менять профиль своей профессиональной деятельности в кардинально меняющемся мире профессий цифровой эры.

Таким образом, результаты анализа методологии современной математики и физики свидетельствуют о реализации цели исследования трансдисциплинарной роли физико-математических дисциплин в современном естественно-научном и инженерном образовании.

Проведенное исследование имеет большое значение в разработке теоретико-методологических основ подготовки специалистов в областях компьютерных наук. Основная идея в подготовке будущих специалистов в этих областях состоит в совместном применении потенциала разных компьютерных наук в единой связке с физико-математическими дисциплинами и их приложениями.

Список использованных источников

1. Арнольд В. И. Экспериментальная математика. Москва: ФАЗИС, 2005. 63 с. Режим доступа: <https://mcsme.ru/arnold/books/VIA-exp-math05.pdf> (дата обращения: 10.03.2023).
2. Bailey D., Borwein J., Calkin N., Luke R., Girgensohn R., Moll V. Experimental mathematics in action. New York: CRC press, 2007. 337 p. DOI: 10.1017/S0025557200185511
3. Пройдаков Э. М. Древо компьютерных наук // Научноисследовательские исследования: сборник научных трудов РАН. М.: Изд-во Директ-Медиа, 2012. 254 с. Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/drevo-kompyuternyh-nauk> (дата обращения: 10.03.2023).
4. Haggard G., Schlipf J., Whitesides S. Discrete mathematics for computer science. Thomson Brooks/Cole, 2006. 600 p. Available from: <https://booksdrive.org/wp-content/uploads/2022/02/Discrete-Mathematics-for-Computer-Science-pdf.pdf> (date of access: 10.03.2023).

5. Тестов В. А., Перминов Е. А. Роль математики в трансдисциплинарности содержания современного образования // Образование и наука. 2021. Т. 23, № 3. С. 11–34. DOI: 10.17853/1994-5639-2021-3-11-34

6. Лысак И. В. Междисциплинарность и трансдисциплинарность как подходы к исследованию человека [Электрон. ресурс] // Исторические, философские, политические и юридические науки, культурология и искусствоведение. Вопросы теории и практики. 2014. № 6 (44) Ч. II. С. 134–137. Режим доступа: <https://elibrary.ru/item.asp?id=21516125> (дата обращения: 10.03.2023).

7. Nicolescu B., Ertas A. (Editors). Transdisciplinary, education, philosophy & applications. Lubbock, Texas, USA: TheATLAS, 2014. 272 p. Available from: http://www.basarab-nicolescu.ciret-transdisciplinarity.org/BOOKS/Transdisciplinary_Education_Philosophy_Applications_2014.pdf (date of access: 10.02.2023).

8. Крушанов А. А. «Трансдисциплинарная» тенденция в современном научном познании // Тенденции развития науки и образования. 2018. Т. 42. Ч. 5. С. 77–80. DOI: 10.18411/lj-09-2018-106

9. Спасков А. Н., Гибадулин Р. Я., Жданов Р. И. Трансдисциплинарный подход в науке и образовании [Электрон. ресурс] // Философско-педагогические проблемы непрерывного образования: сборник научных статей. Материалы III Международной научно-практической конференции. Могилев, 26–27 апреля 2018 г. Могилев: МГУ имени А. А. Кулешова, 2018. С. 48–52. Режим доступа: <https://elibrary.ru/item.asp?id=35653913> (дата обращения: 10.02.2023).

10. Alvargonzales D. Multidisciplinarity, interdisciplinarity, transdisciplinarity and sciences. International Studies in the Philosophy of Science. 2011. № 25 (4). P. 387–403. DOI:10.1080/02698595.2011.623366

11. Frodeman R., Klein J. T., Mitcham C. The oxford handbook of interdisciplinarity. New York: Oxford University Press, 2010. 580 p. Available from: <https://global.oup.com/academic/product/the-oxford-handbook-of-interdisciplinarity-9780198841647?sortField=2&lang=en&cc=us> (date of access: 10.02.2023).

12. Бочко Д. М. Медиабезопасность и транспрофессионализм в современном дискурсе [Электрон. ресурс] // Вестник Челябинского государственного университета. 2013. № 21 (312). С. 87–92. Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/mediabezopasnost-i-transprofessionalizm-v-sovremennom-diskurse-smi> (дата обращения: 10.02.2023).

13. Tejedor G., Segalas J., Rosas-Casals M. Transdisciplinarity in higher education for sustainability: How discourses are approached in engineering education // Journal of Cleaner Production. 2018. № 175. P. 29–37. DOI: 10.1016/j.jclepro.2017.11.085

14. Scholz R. W., Steiner G., Transdisciplinarity at the crossroads // Sustainability Science. 2015. № 10 (4). С. 521–526. DOI:10.1007/s11625-015-0338-0

15. Сенашенко В. С. Компетентностный подход в высшем образовании: миф и реальность [Электрон. ресурс] // Высшее образование в России. 2014. № 5. С. 34–45. Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/kompetentnostnyu-podhod-v-vysshem-obrazovanii-mif-i-realnost> (дата обращения: 10.02.2023).

16. Донских О. А. Дело о компетентностном подходе [Электрон. ресурс] // Высшее образование в России. 2013. № 5. С. 36–46. Режим доступа: <https://vovr.elpub.ru/jour/article/view/3550> (дата обращения: 10.02.2023).

17. Усольцев А. П. Инфляция компетентностного подхода в отечественной педагогической науке и практике // Образование и наука. 2017. Т. 19. № 1. С. 9–25. DOI: 10.17853/1994-5639-2017-1-9-25

18. Тестов В. А. Содержание современного образования: выбор пути // Образование и наука. 2017. Т. 19. № 8. С. 29–46. DOI: 10.17853/1994-5639-2017-8-29-46.

19. Красовский Н. Н. Размышления о математическом образовании [Электрон. ресурс] // Известия УрГУ. 2003. № 27. С. 5–12. Режим доступа: <https://psihdocs.ru/razmishleniya-o-matematicheskom-obrazovanii.html> (дата обращения: 10.02.2023).
20. Разумовский В. Г., Сауров Ю.А. Методология деятельности экспериментирования как стратегического ресурса физического образования [Электрон. ресурс] // Сибирский учитель. 2012. № 2. С. 5–13. Режим доступа: <http://www.sibuch.ru/node/824> (дата обращения: 10.02.2023).
21. Перминов Е. А. Методическая система обучения дискретной математике студентов педагогических направлений в аспекте интеграции образования: монография. 2-е изд., доп. и испр. Екатеринбург: Изд-во Рос. гос. проф.-пед. ун-та, 2019. 287 с. Режим доступа: <https://elar.rsvpu.ru/bitstream/123456789/28749/1/978-5-8050-0673-0.pdf> (дата обращения: 10.02.2023).
22. Тестов В. А. Порядковые структуры в алгебре и теории чисел. Москва: МПГУ, 1997. 110 с. Режим доступа: <https://search.rsl.ru/ru/record/01001792343> (дата обращения: 10.02.2023).
23. Клековкин Г. А., Перминов Е. А. Элементы абстрактной и компьютерной алгебры: в 4 ч. Ч. I: Алгебры. Алгебраические системы: учеб. пособие для студентов пед. ун-тов и ин-тов. Самара: СФ МГПУ, 2006. 73 с.
24. Клековкин Г. А., Перминов Е. А. Элементы абстрактной и компьютерной алгебры: в 4 ч. Ч. II: Группы. Кольца: учеб. пособие для студентов. пед. ун-тов и ин-тов. Самара: СФ МГПУ, 2006. 91 с.
25. Перминов Е. А., Тестов В. А. Методология моделирования как основа реализации междисциплинарного подхода в подготовке студентов педагогических направлений // Образование и наука. 2020. Т. 22, №6. С. 9–30. DOI: 10.17853/1994-5639-2020-6-9-30
26. Perminov E. A., Anakhov S. V., Grishin A. S., Savitskiy E. S. On the Research of the Methodology of Mathematization of Pedagogical Science // International Journal of environmental & science education. 2016. Vol. 11, № 16. P. 9339–9347. Available from: https://elar.rsvpu.ru/bitstream/123456789/15174/1/IJESE_1168_article_580d1691cfbf8.pdf (date of access: 10.02.2023).
27. Садовничий В. А. Традиции и современность [Электрон. ресурс] // Высшее образование в России. 2003. № 1. С. 11–18. Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/traditsii-i-sovremennost> (дата обращения: 10.02.2023).
28. Glass R.L. Facts and Fallacies of Software Engineering. USA: Addison-Wesley Professional, 2002. 216 p. Available from: <https://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.94.2037&rep=rep1&type=pdf> (date of access: 10.02.2023).
29. Тестов В. А. Математика как основное средство развития мышления учащихся в цифровую эпоху [Электрон. ресурс] // Математика – основа компетенций цифровой эры: материалы XXXIX Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов (01–02 октября 2020 года). Москва: ГАОУ ВО МГПУ, 2020. 396 с. Режим доступа: <https://www.mgpu.ru/wp-content/uploads/2020/09/Materialy-XXXIX-Mezhdunarodno-go-nauchnogo-seminara.pdf> (дата обращения: 10.02.2023).
30. Андрианов И. В., Баранцев Р. Г., Маневич Л. И. Асимптотическая математика и синергетика: путь к целостной простоте. М.: Едиториал УРСС, 2004. 304 с. Режим доступа: <https://ega-math.narod.ru/Books/AnBaMan.htm> (дата обращения: 10.02.2023).
31. Graps A. An introduction to wavelets // IEEE computational science and engineering. 1995. Vol. 2, №. 2. P. 50–61. DOI: 10.1109/99.388960
32. Wojtaszczyk P. A mathematical introduction to wavelets. Cambridge University Press, 1997. 261 p. DOI: 10.1017/CBO9780511623790
33. Syropoulos A., Grammenos T. A Modern Introduction to Fuzzy Mathematics. USA: John Wiley & Sons, 2020. 384 p. DOI: 10.1002/9781119445326
34. Běhounek L., Cintula P. From fuzzy logic to fuzzy mathematics: A methodological manifesto // Fuzzy Sets and Systems, 2006. Vol. 157, № 5. P. 642–646. Available from: <https://www.behounek.online/logic/papers/hp.pdf> (date of access: 10.02.2023).

35. Savchuk M. M., Fesenko A. V. Quantum Computing: Survey and Analysis // *Cybernetics and Systems Analysis*. 2019. Vol. 55. P. 10–21. Available from: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10559-019-00107-w> (date of access: 10.02.2023).

36. Gyongyosi L., Imre S. A Survey on quantum computing technology // *Computer Science Review*. 2019. Vol. 31. P. 51–71. DOI: 10.1016/j.cosrev.2018.11.002

References

1. Arnold V. I. Eksperimentalnaya matematika = Experimental mathematics [Internet]. Moscow: Publishing House FAZIS; 2018 [2023 Mar 10]. 182 p. Available from: <https://mccme.ru/arnold/books/VIA-exp-math05.pdf> (In Russ.)

2. Bailey D., Borwein J., Calkin N., Luke R., Girgensohn R., Moll V. Experimental mathematics in action. New York: CRC Press; 2007. 337 p. DOI: 10.1017/S0025557200185511

3. Prodakov E. M. Drevo komp'yuternyh nauk = Tree of computer sciences. In: Naukovedcheskie issledovaniya = Scientific research. Sbornik nauchnyh trudov RAN = Collection of scientific papers of the Russian Academy of Sciences. Institut nauchnoj informacii po obshhestvennym naukam Rossijskoj akademii nauk = Institute of Scientific Information for Social Sciences of the Russian Academy of Sciences (INION RAN) [Internet]. Moscow: Publishing House Direct Media; 2012 [cited 2023 Mar 10]. p. 120–137. Available from: <https://cyberleninka.ru/article/n/drevo-kompyuternyh-nauk> (In Russ.)

4. Haggard G., Schlipf J., Whitesides S. Discrete mathematics for computer science [Internet]. Belmont, CA: Thomson Brooks/Cole; 2006 [cited 2023 Mar 10]. 600 p. Available from: <https://booksdrive.org/wp-content/uploads/2022/02/Discrete-Mathematics-for-Computer-Science-pdf.pdf>

5. Testov V. A., Perminov E. A. The role of mathematics in the transdisciplinarity of the content of modern education. *Obrazovanie i nauka = The Education and Science Journal*. 2021; 23 (3): 11–34. DOI: 10.17853/1994-5639-2021-3-11-34 (In Russ.)

6. Lysak I. V. Interdisciplinarity and transdisciplinarity as approaches to investigation of human being. *Istoricheskie, filosofskie, politicheskie i juridicheskie nauki, kul'turologija i iskusstvovedenie. Voprosy teorii i praktiki = Historical, Philosophical, Political and Legal Sciences, Cultural Studies and Study of Art. Issues of Theory and Practice* [Internet]. 2014 [cited 2023 Mar 10]; 6 (44), Part 2: 134–137. Available from: <https://elibrary.ru/item.asp?id=21516125> (In Russ.)

7. Nicolescu B., Ertas A. Transdisciplinary, education, philosophy & applications [Internet]. Lubbock, Texas, USA: The ATLAS; 2014 [cited 2023 Feb 10]. 272 p. Available from: http://www.basarab-nicolescu.ciret-transdisciplinarity.org/BOOKS/Transdisciplinary_Education_Philosophy_Applications_2014.pdf

8. Krushanov A. A. “Transdisciplinary” trend in modern scientific knowledge. *Tendencii razvitiya nauki i obrazovaniya = Trends in the Development of Science and Education*. 2018; 42 (5): 77–80. DOI: 10.18411/lj-09-2018-106 (In Russ.)

9. Spaskov A. N. Transdisciplinary approach in science and education. In: *Philosophical and Pedagogical Problems of Continuing Education: A Collection of Scientific Articles. Materials of the III International Scientific and Practical Conference* [Internet]; 2018 Apr 26–27; Mogilev. Mogilev: A. A. Kuleshov Moscow State University; 2018 [cited 2023 Feb 10]. p. 48–52. Available from: <https://elibrary.ru/item.asp?id=35653913> (In Russ.)

10. Alvargonzales D. Multidisciplinarity, interdisciplinarity, transdisciplinarity and sciences. *International Studies in the Philosophy of Science*. 2011; 25 (4): 387–403. DOI:10.1080/02698595.2011.623366

11. Frodeman R., Klein J. T., Mitcham C. The Oxford handbook of interdisciplinarity [Internet]. New York: Oxford University Press; 2010 [cited 2023 Feb 10]. 580 p. Available from: <https://global.oup.com/academic/product/the-oxford-handbook-of-interdisciplinarity-9780198841647?sortField=2&lang=en&c=us>

12. Barrel D. M. Media security and transpressionalism mediasafety in modern discourse. *Vestnik Chelyabinskogo gosudarstvennogo Universiteta = Bulletin of Chelyabinsk State University* [Internet]. 2013

[cited 2023 Feb 10]; 21 (312): 87–92. Available from: <https://cyberleninka.ru/article/n/mediabezopasnost-i-transprofessionalizm-v-sovremennom-diskurse-smi> (In Russ.)

13. Tejedor G., Segalas J., Rosas-Casals M. Transdisciplinarity in higher education for sustainability: How discourses are approached in engineering education. *Journal of Cleaner Production*. 2018; 175: 29–37. DOI: 10.1016/j.jclepro.2017.11.085

14. Scholz R. W., Steiner G., Transdisciplinarity at the crossroads. *Sustainability Science*. 2015; 10 (4): 521–526. DOI:10.1007/s11625-015-0338-

15. Senashenko V. S. Competence approach in higher education: Myth and reality. *Vysshee obrazovanie v Rossii = Higher Education in Russia* [Internet]. 2014 [cited 2023 Feb 10]; 5: 34–45. Available from: <https://cyberleninka.ru/article/n/kompetentnostnyy-podhod-v-vysshem-obrazovanii-mif-i-realnost> (In Russ.)

16. Donskikh O. A. The case of competence approach. *Vysshee obrazovanie v Rossii = Higher Education in Russia* [Internet]. 2013 [cited 2023 Feb 10]; 5: 36–46. Available from: <https://vovr.elpub.ru/jour/article/view/3550> (In Russ.)

17. Usoltsev A. P. Inflation of the competence-based approach in the Russian pedagogical science and practical teaching. *Obrazovanie i nauka = The Education and Science Journal*. 2017; 19 (1): 9–25. DOI: 10.17853/1994-5639-2017-1-9-25 (In Russ.)

18. Testov V. A. Content of modern education: choice of the path. *Obrazovanie i nauka = The Education and Science Journal*. 2017; 8 (19): 29–46. DOI: 10.17853/1994-5639-2017-8-29-46 (In Russ.)

19. Krasovskiy N. N. Reflections on mathematical education. *Izvestiya UrGU = Proceedings of Ural State University* [Internet]. 2003 [cited 2023 Feb 10]; 27: 5–12. Available from: <https://psihdocs.ru/razmishleniya-o-matematicheskom-obrazovanii.htm> (In Russ.)

20. Razumovsky V. G., Saurov Yu. A. The methodology of experimentation as a strategic resource for physical education. *Sibirskiy Uchitel' = Siberian Teacher* [Internet]. 2012 [cited 2023 Feb 10]; 2: 5–13. Available from: <http://www.sibuch.ru/node/824> (In Russ.)

21. Perminov E. A. Metodicheskaja sistema obuchenija diskretnoj matematike studentov pedagogicheskikh napravlenij v aspekte integracii obrazovanija = Methodical system of teaching discrete mathematics to students of pedagogical directions in the aspect of integration of education [Internet]. 2nd ed. Ekaterinburg: Russian State Vocational Pedagogical University; 2019 [cited 2023 Feb 10]. 287 p. Available from: <https://elar.rsvpu.ru/bitstream/123456789/28749/1/978-5-8050-0673-0.pdf> (In Russ.)

22. Testov V. A. orjadkovye struktury v algebre i teorii chisel = Ordinal structures in algebra and number theory [Internet]. Moscow: Moscow State Pedagogical University; 1997 [cited 2023 Feb 10]. 110 p. Available from: <https://search.rsl.ru/ru/record/01001792343> (In Russ.)

23. Klekovkin G. A., Perminov E. A. Jelementy abstraktnoj i komp'juternoj algebry: v 4 ch. Ch. I: Algebry. Algebraicheskie sistemy = Elements of abstract and computer algebra: in 4 parts. Part I: Algebras. Algebraic systems. Samara: Samara Branch of Moscow City University; 2006. 73 p. (In Russ.)

24. Klekovkin G. A., Perminov E. A. Jelementy abstraktnoj i komp'juternoj algebry: v 4 ch. Ch. II: Gruppy. Kol'ca = Elements of abstract and computer algebra: in 4 parts. Part II: Groups. Rings. Samara: Samara Branch of Moscow City University; 2006. 91 p. (In Russ.)

25. Perminov E. A., Testov V. A. Modelling methodology as the basis for implementation of an interdisciplinary approach in the training of students of pedagogical directions. *Obrazovanie i nauka = The Education and Science Journal*. 2020; 22 (6): 9–30. DOI: 10.17853/1994-5639-2020-6-9-30 (In Russ.)

26. Perminov E. A., Anakhov S. V., Grishin A. S., Savitskiy E. S. On the research of the methodology of mathematization of pedagogical science. *International Journal of Environmental & Science Education* [Internet]. 2016 [cited 2023 Feb 10]; 11 (16): 9339–9347. Available from: https://elar.rsvpu.ru/bitstream/123456789/15174/1/IJESE_1168_article_580d1691cfbf8.pdf

27. Sadovnichiy V. A. Traditions and modernity. *Vysshee obrazovanie v Rossii = Higher Education in Russia* [Internet]. 2003 [cited 2023 Feb 10]; 1: 11–18. Available from: <https://cyberleninka.ru/article/n/traditsii-i-sovremennost> (In Russ.)

28. Glass R. L. Facts and fallacies of software engineering [Internet]. USA: Addison-Wesley Professional; 2002 [cited 2023 Feb 10]. 216 p. Available from: <https://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.94.2037&rep=rep1&type=pdf>

29. Testov V. A. Mathematics as a major means for developing student thinking in the digital age. In: *Matematika – osnova kompetencij cifrovoj jery: Materialy XXXIX Mezhdunarodnogo nauchnogo seminaru prepodavatelej matematiki i informatiki universitetov i pedagogicheskikh vuzov = Mathematis – Core Competencies of the Digital Age. Materials of XXXIX International Scientific Seminar of Teachers of Mathematics and Computer Science in Universities and Pedagogical Universities* [Internet]; 2020 Oct 01–02; Moscow. Moscow: Moscow State Pedagogical University; 2020 [cited 2023 Feb 10]. 396 p. Available from: <https://www.mgpu.ru/wp-content/uploads/2020/09/Materialy-XXXIX-Mezhdunarodnogo-nauchnogo-seminara.pdf> (In Russ.)

30. Andrianov I. V., Barantev R. G., Manevich L. I. Asimptoticheskaja matematika i sinergetika: put' k celostnoj prostote = Asymptotic mathematics and synergetics: Way to the whole simple [Internet]. Moscow: Editorial URSS; 2004 [cited 2023 Feb 10]. 304 p. Available from: <https://ega-math.narod.ru/Books/AnBaMan.htm> (In Russ.)

31. Graps A. An introduction to wavelets. *IEEE Computational Science and Engineering*. 1995; 2 (2): 50–61. DOI: 10.1109/99.388960

32. Wojtaszczyk P. A mathematical introduction to wavelets. Cambridge University Press; 1997. 261 p. DOI: 10.1017/CBO9780511623790

33. Syropoulos A., Grammenos T. A modern introduction to fuzzy mathematics. USA: John Wiley & Sons; 2020. 384 p. DOI: 10.1002/9781119445326

34. Běhounek L., Cintula P. From fuzzy logic to fuzzy mathematics: A methodological manifesto. *Fuzzy Sets and Systems* [Internet]. 2006 [cited 2023 Feb 10]; 157 (5): 642–646. Available from: <https://www.behounek.online/logic/papers/hp.pdf>

35. Savchuk M. M., Fesenko A. V. Quantum computing: Survey and analysis. *Cybernetics and Systems Analysis* [Internet]. 2019 [cited 2023 Feb 10]; 55: 10–21. Available from: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10559-019-00107-w>

36. Gyongyosi L., Imre S. A. Survey on quantum computing technology. *Computer Science Review*. 2019; 31: 51–71. DOI: 10.1016/j.cosrev.2018.11.002

Информация об авторах:

Тестов Владимир Афанасьевич – доктор педагогических наук, профессор кафедры математики Вологодского государственного университета; ORCID 0000-0002-3573-574X, ResearcherID A-5900-2016, Scopus Author ID 57203921177; Вологда, Россия. E-mail: vladafan@inbox.ru

Перминов Евгений Александрович – доктор педагогических наук, доцент, профессор кафедры высшей математики и физики Уральского технического института коммуникаций и информатики; ORCID 0000-0002-8807-2476; Екатеринбург, Россия. E-mail: perminov_ea@mail.ru

Вклад соавторов. Авторы внесли равный вклад в подготовку статьи.

Информация о конфликте интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Поступила в редакцию 13.05.2023; поступила после рецензирования 25.07.2023; принята к публикации 02.08.2023.

Авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

Information about the authors:

Vladimir A. Testov – Dr. Sci. (Education), Professor, Department of Mathematics, Vologda State University; ORCID 0000-0002-3573-574X, ResearcherID A-5900-2016, Scopus Author ID 57203921177; Vologda, Russia. E-mail: vladafan@inbox.ru

Evgeniy A. Perminov – Dr. Sci. (Education), Associate Professor, Professor of the Department of Higher Mathematics and Physics, Ural Technical Institute of Communications and Informatics; ORCID 0000-0002-8807-2476; Ekaterinburg, Russia. E-mail: perminov_ea@mail.ru

Contribution of the authors. The authors made an equal contribution to the preparation of the article.

Conflict of interest statement. The authors declare that there is no conflict of interest.

Received 13.05.2023; revised 25.07.2023; accepted for publication 02.08.2023.
The authors have read and approved the final manuscript.

Información sobre los autores:

Vladimir Afanásievich Téstov: Doctor en Ciencias de la Pedagogía, Profesor del Departamento de Matemáticas, Universidad Estatal de Vólogda; ORCID 0000-0002-3573-574X, ResearcherID A-5900-2016, Scopus Author ID 57203921177; Vólogda, Rusia. Correo electrónico: vladafan@inbox.ru

Evguény Alexándrovich Pérminov: Doctor en Ciencias de la Pedagogía, Profesor Asociado, Profesor del Departamento de Matemáticas Superiores y Física del Instituto Técnico de Comunicaciones e Informática de los Urales; ORCID 0000-0002-8807-2476; Ekaterimburgo, Rusia. Correo electrónico: perminov_ea@mail.ru

Contribución de coautoría. Los autores hicieron una contribución por igual al trabajo de investigación.

Información sobre conflicto de intereses. Los autores declaran no tener conflictos de intereses.

El artículo fue recibido por los editores el 13/05/2023; recepción efectuada después de la revisión el 25/07/2023; aceptado para su publicación el 02/08/2023.

Los autores leyeron y aprobaron la versión final del manuscrito.