

# ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ОБРАЗОВАНИЯ

УДК 37.02

**Тестов Владимир Афанасьевич**

*доктор педагогических наук, профессор кафедры математики и методики преподавания математики Вологодского государственного университета, Вологда (РФ).*

*E-mail: vladafan@inbox.ru*

## О НЕКОТОРЫХ ВИДАХ МЕТАПРЕДМЕТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

**Аннотация.** Цель статьи – выделить в содержании обучения математики те элементы и виды познавательной деятельности, которые носят метапредметный характер и являются основой для формирования универсальных учебных действий, а также средствами для исследования не только математических объектов, но и объектов других наук.

**Методология и методики исследования.** Исследование базируется на системно-структурном и деятельностном подходах. Использовались анализ литературы и опытно-экспериментальная работа.

**Результаты.** Среди метапредметных результатов обучения математике выделены следующие виды математических схем мышления: логические, алгоритмические, комбинаторные, образно-геометрические, стохастические. Дана характеристика и описана специфика каждого вида математических структур мышления. По мнению автора, главным средством формирования таких схем является решение соответствующих типов нестандартных задач.

**Научная новизна.** Теоретически обоснована роль математических схем мышления как метапредметных результатов обучения; показаны варианты их формирования в учебной деятельности.

**Практическая значимость.** Выделены перспективные направления изменения акцентов в содержании обучения математике, направленные на повышение в обучении роли математических схем мышления как основы формирования универсальных познавательных учебных действий.

**Ключевые слова:** содержание обучения математике, метапредметные результаты обучения, математические схемы мышления, нестандартные задачи.

DOI: 10.17853/1994-5639-2016-1-4-20

**Testov Vladimir A.**

*Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Department of Mathematics and Mathematics Teaching Methods, Vologda State University, Vologda (RF).*

*E-mail: vladafan@inbox.ru*

## **SOME TYPES OF METASUBJECT RESULTS WHEN TEACHING MATHEMATICS**

**Abstract.** *The aim of the study is to allocate in the content of teaching mathematics those elements, those kinds of mathematical cognitive activities that are metasubject character, which are the basis for the formation of cognitive learning activities, as a means to study not only of mathematical objects, but some objects of other sciences.*

*Methods.* Research is based on a system-structural and activity-based approaches; literature analysis, theoretical research and experimental work.

*Results.* Among of metasubject results of studying mathematics, the following types of mathematical schemes of thinking are identified: logical, algorithmic, combinatory, figurative-geometrical, stochastic. The characteristic is given; the specifics of each type of mathematical structures of thinking are described. The main means of the formation of such schemes is the decision of the respective types of non-standard tasks.

*Scientific novelty.* The author gives a theoretical justification of the role of mathematical thinking schemes as metasubject results of training and points out funds for their formation in educational activity.

*Practical significance.* The perspective directions of accents change in the content of training of mathematics directed on increase in training of a role of mathematical schemes of thinking as bases of formation of universal informative cognitive actions are emphasized.

**Keywords:** content of teaching mathematics, metasubject results of training, mathematical schemes of thinking, non-standard tasks.

DOI: 10.17853/1994-5639-2016-1-4-20

Российское образование вступило на трудный путь внедрения новых образовательных стандартов. На первый план в обучении выходит задача интеллектуального развития, в частности развития способности человека к усвоению новых знаний, самостоятельному поиску и усвоению новой информации. Все это нашло отражение в Федеральном государственном образовательном стандарте общего образования (ФГОС) нового поколения.

Общее направление изменений в школьном образовании, как отмечает В. С. Лазарев, в ФГОС избрано верно, но качество проработки содержания оставляет желать лучшего. Стандарт задает контуры школьного

образования будущего, однако то, как осуществляется провозглашенная масштабная реформа, вызывает опасения, что все сведется к очередным декларациям и «отчетно-бумажной» модернизации. Цели и задачи выдвигаются правильные, но полноценные условия для их практической реализации не создаются [7].

Тревогу вызывает несколько обстоятельств, в том числе то, что нормативная модель образовательной деятельности, заданная ФГОС, не была обеспечена дидактическими средствами ее реализации. Содержание большинства школьных предметов остается по-прежнему в рамках традиционной парадигмы.

Наряду с предметными результатами обучения согласно новым ФГОС планируется достижение метапредметных и личностных результатов, формирование у каждого из обучающихся универсальных учебных действий (УУД) и компетенций, создающих условия для развития умения учиться. Хотя метапредметные результаты обучения в виде УУД выделены в стандарте, но их список носит слишком общий характер. Как список, так и состав УУД нуждаются в конкретизации и пополнении. Попытки распределить функции по формированию УУД между учебными предметами предпринимаются разными авторами [2, 11, 12, 19].

Однако отсутствует системное представление о роли отдельного предмета в формировании УУД. Особенно важным представляется определение тех средств, с помощью которых конкретная школьная дисциплина может способствовать освоению универсальных учебных действий. В нашей статье рассматриваются такие средства для предмета «Математика», хотя аналогичные средства могут быть применены и в целом ряде других дисциплин.

Некоторые авторы считают, что полноценное введение ФГОС требует кардинального пересмотра образовательных программ, удвоения их содержания за счет введения, наряду с предметным, деятельностного содержания и принципиального изменения образовательных технологий [6].

В обучении математике при переходе на новые ФГОС, по нашему мнению, перемены необходимы, но для достижения требуемых результатов следует, в первую очередь, более полно использовать уже существующий потенциал нашего образования, в содержании которого уже давно присутствует деятельностная часть. Нужно лишь усилить акценты на соответствующем содержании и более широко использовать уже разработанные технологии, базирующиеся на деятельностном подходе.

Анализ литературы показывает, что в понятии «содержание образования» многие ученые уже давно выделяют две компоненты: информационную и познавательную. Так, по мнению В. В. Давыдова, знание следует

рассматривать, с одной стороны, как результат мыслительных действий, а с другой – как процесс получения этого результата. «Следовательно, вполне допустимо термином “знания” одновременно обозначать и результат мышления (отражение действительности), и процесс его получения (т. е. мыслительные действия)» [4, с. 152]. И. С. Якиманская тоже писала о том, что для усвоения должны задаваться две системы знаний. «Знания первого рода включают в себя научные сведения о предметах, фактах, явлениях в их связях и отношениях. В знаниях второго рода зафиксированы путь и методы получения этих знаний учеником» [20, с. 10]. Известный дидакт И. Я. Лернер указывал, что, кроме усвоения знаний о терминах и понятиях, фактах, законах и теориях, школьники должны усваивать и методологические знания, «последние включают в себя знания о методах, процессе и истории познания, о конкретных методах науки, о различных способах деятельности» [8, с. 10].

Давно было замечено, что эффективность и качество обучения определяются не только глубиной и прочностью овладения учащимися знаниями, умениями и навыками, но и уровнем их интеллектуального развития, степенью подготовки к самостоятельному освоению знаний. Уровень умственного развития человека проявляется в умении использовать знания в новых нестандартных ситуациях, в готовности к самостоятельному решению учебных проблем. Поэтому необходимо учить школьников (и студентов) применять свои знания, т. е. производить продуктивные познавательные действия при изучении различных предметов.

Рассмотрим формирование таких действий на примере обучения математике. Разумеется, развитие личности в процессе изучения математики невозможно без адекватного содержания математического образования. Проблеме отбора этого содержания образования посвящен ряд наших предшествующих работ [17, 18]. В свое время А. И. Маркушевич отмечал: «Нет сомнения, что ознакомление с математическими фактами, разбор и усвоение математических теорем, выведение формул, решение значительного количества упражнений развивают способности человека и оказывают известное влияние на формирование его личности. Однако этими средствами, особенно средствами традиционными, к которым многие школы привыкли, задача математического развития и воспитания в той мере, в какой это требуется в современных условиях, в современном обществе, обеспечена быть не может» [9].

Как вытекает из наполнения новых ФГОС общего среднего образования, одна из центральных задач педагогической науки – определить метапредметные виды познавательной математической деятельности, усвоение которых стимулирует развитие личности. Одно из главных требо-

ваний – опора не на частные знания, а на те, что составляют основу наиболее значимых разделов курса математики. Формирование данных видов познавательной деятельности фактически и есть путь для развития у обучаемых познавательных способностей, универсальных учебных действий, которые будут использоваться в качестве средств усвоения математических и других знаний. Об этом писала одна из видных советских методистов З. И. Слепкань: «Для реализации функции развития учащихся необходимо сформировать общие и специфические для математики умственные действия и приемы, для чего нужна целенаправленная систематическая работа по формированию у учащихся операционных структур мышления на ведущем программном материале» [15, с. 20].

Чтобы выделить такие универсальные виды познавательной математической деятельности, будем рассматривать изучение математики как знаково-символическую деятельность. С этих позиций она может быть сведена к двум типам деятельности: моделированию и схематизации.

Моделирование как УУД обозначено в ФГОС, ему посвящен ряд исследований [13]. Цель моделирования какого-либо объекта или явления – установление не отдельных его связей, а целого их комплекса. Результатом моделирования в математике выступают алгебраические, порядковые и топологические структуры, являющиеся прототипами, упрощенными моделями математических объектов. Можно сказать, что такой тип структур образуется по «горизонтальному» принципу. Знания об этих структурах, как предметные, так и метапредметные, относятся к знаниям первого рода. Среди метапредметных можно отметить понятия о числе и операциях над числами, понятия о функции и ее свойствах, понятия о площади, объеме и способах их вычислений и т. д.

Цель схематизации – ориентация в реальности, выявление отдельных связей, нахождение среди них таких, которые являются схожими, подобными для совершенно различных реальных объектов и явлений. В результате схематизации образуются когнитивные структуры (схемы), которые выступают как средства и методы математического познания. Структуры этого типа образуются по «вертикальному» принципу, поскольку они складываются на основе общих связей, которые есть у абсолютно разных объектов. Именно такие математические схемы в качестве средств применяются при исследовании реальных явлений и процессов в естествознании, технике, гуманитарных науках. С помощью данных структур человек извлекает информацию, производит анализ и синтез поступающих новых сведений, открывает для себя новые, конкретные знания о многообразном материальном мире. По точному замечанию У. Нейссера, это структуры действия, равно как и структуры для действия [10],

поэтому они носят метапредметный характер. Мы предлагаем называть такие когнитивные структуры *математическими схемами мышления* [17].

Ж. Пиаже называл структуры подобного сорта операциями второго порядка, или операциями над операциями, среди которых он выделял комбинаторный и логический виды мыслительных действий. Кроме логических и комбинаторных, существуют алгоритмические, стохастические и образно-геометрические математические схемы мышления. Названные схемы играют особую роль для исследовательской активности как в области математики, так и в других областях, и обеспечивают линию качественных изменений в функционировании интеллекта. Эти структуры универсальны (используются независимо от конкретного математического материала) и имеют большое значение не только для обучения, но и для математического творчества. Достаточно вспомнить широкое распространение в различных областях современной науки комбинаторных, геометрических и стохастических методов. Значение каждого из перечисленных видов структур для развития математического мышления, успешности усвоения математики и других дисциплин уже давно было замечено педагогами и подтверждено рядом исследований.

Процесс формирования схем математического мышления не одновременен, он состоит из отдельных этапов. Причем организация поступательного освоения различного рода схем должна учитывать возрастные особенности учащихся, закономерности развития их мышления. Процесс изучения схематических построений необходимо разбить на своеобразные ступени, на каждой из которых должны быть реализованы определенные этапы формирования конкретной схемы.

Рассмотрим подробнее специфику видов математических схем мышления, обладающих метапредметным характером.

Под *логическими схемами* мышления (или логическим мышлением) будем понимать такие когнитивные структуры и средства познания, которые позволяют делать из верных посылок (суждений, утверждений) правильные выводы, находить непротиворечивые следствия из имеющихся фактов. Логические УУД в явном виде выделены в ФГОС ОО второго поколения, поэтому именно им посвящено большинство последних исследований педагогов-математиков [13].

Логические схемы проявляются в четкой расчлененности и последовательности рассуждений, в использовании при их построении законов формальной логики, в умении создавать обобщения, устанавливать аналогии, классифицировать, выводить индуктивные и дедуктивные умозаключения, в использовании различных логических таблиц, конструировании целого из заданных частей с заданными свойствами, применении

приема доказательства «от противного», обращении к контрпримеру и другим приемам доказательства.

Проблема введения элементов логики в обучение математике, как отмечал А. А. Столяр, состоит не в том, чтобы специально и обособленно изучать логику, а в том, чтобы необходимые элементы логики стали неотъемлемой частью преподавания математики, важным вспомогательным инструментом, повышающим его эффективность и влияние на логическое развитие учащихся [16]. Специальные исследования доказали, что кратковременный автономный курс обучения логическим понятиям не дает заметного эффекта. Такого эффекта можно достичь, только если обучение ведется в течение продолжительного времени, когда эти понятия органически вплетаются в курс математики.

Формирование логических структур некоторые ученые предлагали осуществлять при изучении элементов математической или формальной логики в школьном курсе математики. Но опыт показал, что этого недостаточно. Формальные методы не избавляют нас от необходимости рассуждать логично и содержательно с целью получения истины в самом обычном смысле по самым разнообразным поводам. Ответственность преподавателей математики велика, поскольку знакомство с началами логики происходит прежде всего именно на уроках математики.

Знакомство с логикой, по мнению А. А. Столяра, должно начинаться с первого класса, даже еще раньше. Для раннего обучения логике вполне приемлемы игровые формы. Освоение базовых логических понятий на начальной ступени обучения имеет общеобразовательное и воспитательное значение, выходящее за рамки изучения собственно математического материала.

Наш опыт также показывает, что логические схемы мышления следует формировать постепенно, начиная с первого класса. В младшем и подростковом возрасте основной путь – это решение разнообразных логических задач (задач на истинные и ложные высказывания, о правдолюбцах и лжецах и т. п.) с привлечением минимального, но достаточного числа элементарных логических понятий.

Под *алгоритмическими схемами* мышления (алгоритмическим мышлением) мы понимаем такие когнитивные структуры, которые позволяют не только применять известные алгоритмы и методы, но и планировать некоторые действия, приводящие к желаемому результату, т. е. выстраивать некий алгоритм и доводить до конца намеченный план решения задачи, выполняя конечную цепочку элементарных преобразований.

Работа с алгоритмами связана с умением четко формулировать правила и строго придерживаться их. Это умение – одно из качеств ма-

тематического мышления, которое важно для каждого человека. К алгоритмическому мышлению наряду с другими компонентами мы также относим умение формулировать и выстраивать алгоритмы. Алгоритмическое мышление необходимо в любой человеческой деятельности, на его основе приобретаются «умения самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные; осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач» (ФГОС).

Начинать формировать алгоритмическое мышление у младших школьников можно на основе решения различных задач на планирование действий. Типичным примером служит старинная задача про волка, козу и капусту, которых надо переправить через реку. В школьном курсе особое место должно уделяться решению задач на смекалку, которые требуют описания алгоритмов невычислительных процессов, например задач на переливание и взвешивание.

На наш взгляд, алгоритмическое мышление определенным образом соотносится с таким видом теоретического мышления, как внутреннее планирование действий, выделенным В. В. Давыдовым. Так, в исследовании Я. А. Пономарева в качестве основного средства развития внутреннего плана действий при обучении школьников применялись алгоритмические задачи, т. е. формировались и проверялись навыки именно алгоритмического мышления. Как следует из выводов работы, поступательное развитие алгоритмического мышления, по крайней мере у младших школьников, напрямую не обусловлено ранее освоенным уровнем: достигнутый уровень манипулирования алгоритмическими схемами не определяет полностью дальнейшего их совершенствования, а является лишь одним из условий возможности такого совершенствования [14].

Алгоритмические схемы мышления неустойчивы во времени, требуют тренировки, поэтому одновременное их формирование неэффективно.

Понятие *комбинаторных схем* (структур) не имеет четко очерченных границ. Впервые термин «комбинаторный» в том смысле, в котором мы его употребляем сегодня, предположительно, использовал Г. Лейбниц в своей «Диссертации о комбинаторном искусстве». В дальнейших своих работах Лейбниц, по свидетельству одного из крупнейших специалистов в комбинаторном анализе Дж. Пойа, все больше и больше расширял сферу применения комбинаторики и даже стал рассматривать ее как половину общего Искусства Изобретения: эта половина относится к синтезу, в то время как другая – к анализу.

В современной математике комбинаторикой называется раздел, посвященный решению задач выбора и расположения элементов некоторого



конечного множества в соответствии с заданными правилами. В последнее время возможности перебора объектов резко повысились в связи с развитием компьютерной техники, что активизировало рост комбинаторных исследований в различных областях математики и ряда других наук. Сейчас становится очевидной необходимость расширения традиционного школьного понимания предмета комбинаторики. Комбинаторные схемы мышления используются при решении не только задач непосредственно по комбинаторике, но и многих других математических и нематематических задач. Данные схемы образуют основу экономического и инженерного мышления.

Весь опыт преподавания в школе элементов комбинаторики показывает, что вводить их в учебный материал следует постепенно и систематично, прежде всего через задачи. Формировать комбинаторные схемы мышления, как и логические, и алгоритмические, нужно на протяжении всего курса обучения, начиная с начальных классов. Так, при изучении темы «Нумерация» полезно рассмотреть с учащимися задачи на составление всевозможных комбинаций (например, выписать все различные числа, используя без повторений цифры 3, 4, 7). При этом важно научить школьников производить перебор в рациональной последовательности.

В 5–7-х классах полезно познакомить учащихся с построением дерева возможных вариантов и двумя важнейшими правилами, позволяющими быстро производить подсчет числа возможных комбинаций, – правилом суммы и правилом произведения. Основой всей дальнейшей работы должны быть бесформульные методы, наиболее наглядно раскрывающие идею комбинирования, способствующие пониманию существа вопроса, развитию систематичности и динамичности мышления, построению обобщений и классификаций.

С нашей точки зрения, существует некоторая аналогия между тремя рассмотренными видами математического мышления, или математических схем, и тремя видами теоретического мышления, выделенными В. В. Давыдовым, – анализом, внутренним планом действий и рефлексией. (Мы уже отмечали определенное соответствие между алгоритмическими схемами и внутренним планом действий.)

Анализ в классическом понимании – это мысленное расчленение предмета познания на части, а способность вычленять все частные случаи из некоторого общего положения мы относим к логическим схемам мышления. Можно заметить много общего в характеристиках логического и аналитического типов мышления. То есть в некотором смысле можно говорить о подобии содержательного анализа и логического мышления.

Термин «рефлексия» применительно к мышлению человека означает обращение субъекта к собственным действиям. Один из видов УУД в ФГОС фактически описывает рефлексю как умение соотносить свои действия с планируемыми результатами, осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата, определять способы действий в рамках предложенных условий и требований, корректировать свои действия в соответствии с изменяющейся ситуацией. Все эти характеристики хотя и не совпадают полностью, но весьма близки к описанию комбинаторного мышления. Ж. Пиаже, как известно, связывал образование комбинаторных операций с возникновением рефлексивного мышления.

Р. А. Атаханов устанавливает следующую градацию: осуществление анализа представляет собой первый уровень теоретического мышления; осуществление планирования – это второй уровень, предполагающий использование анализа; осуществление рефлексии – третий уровень, подразумевающий наличие как анализа, так и планирования [1].

Нечто подобное наблюдается и в соотношении между логическими, алгоритмическими и комбинаторными схемами. Так, для построения алгоритма необходимо, прежде всего, вычленив все частные случаи из некоторого общего положения, а такую способность мы относим к логическим схемам мышления, т. е. для формирования алгоритмических схем необходимо уже владеть некоторыми логическими схемами. Тесная связь логической и алгоритмической культуры неоднократно отмечалась учеными. Для организации перебора (одной из главных комбинаторных задач) необходимо построить некоторый алгоритм, т. е. для формирования комбинаторных схем необходимо применение некоторых логических и алгоритмических схем.

Несколько особняком от трех рассмотренных видов мыслительных структур стоят *образно-геометрические* схемы мышления. Они позволяют наглядно интерпретировать абстрактные математические объекты и отношения, оперировать визуальными схемами, образами и представлениями, использовать геометрический язык для описания предметов окружающего мира. Геометрическое воображение, геометрическая интуиция необходимы во многих сферах человеческой деятельности – от области изобразительного искусства до математического моделирования и программирования. Достаточно вспомнить широкое применение теории графов или фракталов при проведении самых различных прикладных исследований.

Роль зрительных образов в мышлении человека была сравнительно недавно осознана и учеными-психологами. В. П. Зинченко ввел специальный термин «визуальное мышление». Сенситивным периодом для раз-

вития образных компонентов мышления является школьный возраст до 12–13 лет. Исследования психологов показали, что представления о геометрических фигурах находятся в стадии прогрессивного развития до 15 лет. Поэтому образное мышление и его разновидность – пространственное мышление целесообразно наиболее активно развивать в 5–6-х классах средней школы.

Геометрические образы сопровождают человека в течение всей его жизни, начиная с первых лет. Однако в школьном преподавании долгое время недооценивалась образная, наглядная сторона геометрии. В течение многих лет школьников при изучении математики отучали пользоваться «картинками», потому что они «не строгие». Это печальное недоразумение. Да, они не строгие, но они помогают думать, стимулируют воображение, без которого немислимо полноценное познание мира.

Большие трудности имеются в формировании высшей ступени геометрического воображения – пространственного мышления, которое характеризуется умением мысленно создавать пространственные образы или схематические конструкции изучаемых объектов и выполнять над ними мысленные операции. К сожалению, у большинства учащихся и студентов умение мыслить пространственными образами развито слабо. В условиях, когда в процессе длительного изучения планиметрии отсутствуют даже эпизодические обращения к трехмерным образам, у учащихся вырабатываются устойчивые двухмерные стереотипы. Низкий уровень развития пространственного мышления отрицательно сказывается впоследствии на восприятии курса стереометрии.

Следует учитывать, что при неверном или недостаточном обучении способность оперировать геометрическими образами, по наблюдениям многих учителей и специалистов-психологов, может в дальнейшем не только не развиваться, но даже резко ослабевать. Поэтому обучать детей образно-геометрическим схемам мышления следует с самого начала пребывания в школе. В этих целях весьма полезны занимательные геометрические задачи (на вычерчивание фигур одним росчерком, на разрезание и конструирование, задачи со спичками и т. д.). Позднее необходимо, как показывают результаты многочисленных экспериментов, проводить целенаправленную работу, положив в основу обучения наглядность, проведение опытов, наблюдение, разрезание, различные виды построений.

Понимание важности обучения школьников *стохастическим* схемам мышления также появилось сравнительно недавно, хотя они уже долгое время используются в научных исследованиях самых разных направлений. Такие схемы включают в себя способы представления и анализа статистических данных; выявления статистических закономерностей.

стей в реальном мире; извлечения информации, представленной в таблицах, на диаграммах, графиках; использования вероятностных свойств окружающих явлений и т. д. Знакомство со статистическими и теоретико-вероятностными методами в последнее время предусмотрено во всех школьных учебниках по математике.

Все математические схемы мышления обладают одной общей характерной чертой: они формируются на протяжении длительного времени с опорой на сенситивные возможности учащихся в каждом возрастном периоде. Такие схемы представляют собой определенные качества математического мышления, но являются методами мышления не только в математике, но и других областях. Поэтому описанные схемы носят метапредметный характер и лежат в основе универсальных учебных действий.

Известно, что мышление, как и любые способности человека, не является чем-то неизменным, застывшим. Его формирование возможно только в деятельности. Для успешного, результативного школьного образования важно обеспечить гармоничное развитие математического мышления учащихся, увязав и сбалансировав логический, алгоритмический, комбинаторный, пространственный, конструктивный, символический и другие компоненты умственной деятельности. Развитие математического мышления – это поэтапное развитие различных типов мышления в совокупности. Система математических тренингов, соотнесенная с сенситивными периодами психического развития и выстроенная с учетом предметности в изучении математического материала по этим периодам, может стать эффективным средством совершенствования всей постановки математического образования современных школьников [5].

В младшем и в подростковом возрасте наиболее эффективно решение системы специально подобранных нестандартных (поисковых) задач, в наименьшей степени связанных с конкретным математическим материалом и требующих не столько знания каких-то отдельных математических фактов и частных методов, сколько универсальных приемов математического мышления. Такие задачи давно известны, но не все учителя уделяют им должное внимание.

Разные авторы предлагают различные классификации нестандартных развивающих задач. В частности, М. Гарднер разделяет все задачи на шесть типов: комбинаторные, геометрические, логические, процедурные (алгоритмические), арифметические и словесные (лингвистические) [3]. При этом отмечается, что данные категории задач не взаимоисключающие, они неизбежно перекрываются. Так, задачи последних двух типов имеют специфическое содержание, но могут быть отнесены к комбинаторным и логическим задачам. Как наиболее универсальные мы выде-

ляем логические, алгоритмические, комбинаторные и геометрические задачи – они соответствуют выделенным нами типам метапредметных схем математического мышления.

Нестандартные задачи могут служить и средством приобщения учащихся к исследовательской деятельности, которую можно реализовать через решение специальных исследовательских задач или через дополнительную работу над задачей.

Решение задач – основной вид математической деятельности, в котором проявляются те специфические метапредметные схемы (приемы, методы) математического мышления, о которых говорилось выше. Математические задачи способствуют развитию обоих полушарий головного мозга. Они совершенствуют мыслительные операции, эффективно влияют как на образную и интуитивную составляющие мышления, так и на логический и алгоритмический его компоненты. Этот важнейший вид учебной деятельности позволяет школьникам усваивать математическую теорию, развивать творческие способности, формировать познавательные действия без какого-то существенного изменения содержания обучения. Однако эффективность учебно-воспитательного процесса во многом зависит от выбора задач, от способов организации деятельности учащихся по их решению.

Задачи должны служить и мотивом для дальнейшего развития теории, и возможностью ее эффективного применения. Учитель должен построить педагогически целесообразную систему задач, с помощью которой можно было бы провести ученика последовательно через все этапы математической деятельности: выявление проблемных ситуаций, построение математических моделей конкретных ситуаций, решение задач, мотивирующих расширение теории, и т. д.

Решение задач учит молодого человека мыслить, самостоятельно моделировать и прогнозировать события в окружающем мире, т. е. в конечном счете работа над решением задач преследует почти те же цели, что и проектная деятельность, за исключением, быть может, приобретения коммуникативных навыков, поскольку чаще всего учителя не предъявляют подобных требований к представлению результатов решений. На наш взгляд, в обучении математике решение задач должно остаться основным видом учебной деятельности, а проекты могут служить дополнением к нему.

Подведем итоги. Математическая деятельность, построенная на решении задач, служит основой метапредметного результата: овладение учащимися математическими схемами мышления (логическими, алгоритмическими, комбинаторными, образно-геометрическими, стохастически-

ми), которые являются в первую очередь средствами познания, обеспечивают формирование универсальных учебных действий. Данные схемы наиболее эффективно формируются в процессе решения соответствующих типов нестандартных задач. Поэтому деятельность по решению таких задач должна входить как в программы по математике, информатике и другим предметам, так и в программу развития универсальных учебных действий наряду с проектной деятельностью и ИКТ-компетенциями.

*Статья рекомендована к публикации  
д-ром пед. наук, проф. Г. П. Сикорской*

### **Литература**

1. Атаханов Р. А. К диагностике развития математического мышления // Вопросы психологии. 1992. № 1–2. С. 60–67.
2. Боженкова Л. И. Методика формирования универсальных учебных действий (УУД) при обучении геометрии. Москва: БИНОМ; Лаборатория знаний, 2013. 205 с.
3. Гарднер Мартин. Есть идея! Москва: Мир, 1982.
4. Давыдов В. В. Теория развивающего обучения. Москва: 1996.
5. Зайкин М. И. Тренинговая служба в системе математического образования школьников // Математическое образование: традиции и современность: тезисы федеральной научно-практической конференции. Нижний Новгород, 1997. С. 38–40.
6. Лазарев В. С. О формировании познавательных действий в учебной деятельности // Педагогика. 2014. № 6. С. 3–12.
7. Лазарев В. С. ФГОС общего образования: блеск деклараций и перспективы реализации // Педагогика. 2015. № 4. С. 10–19.
8. Лернер И. Я. Качества знаний учащихся. Какими они должны быть? Москва, 1979.
9. Маркушевич А. И. Об очередных задачах преподавания математики в школе // Математика в школе. 1962. № 2. С. 3–14.
10. Найссер У. Познание и реальность. Москва: Прогресс, 1981. 230 с.
11. Подходова Н. С., Злобина Д. А. Основы развития умения работать с абстрактным материалом как одной из метафункций математики // Образование, наука и экономика в вузах. Интеграция в международное образовательное пространство: сборник научных работ, представленных на Международную научно-практическую конференцию. Пловц, 2010. Szkoła Wyższa im. Pawła Włodkowica w Płocku.
12. Подходова Н. С., Фефилова Е. Ф. Формирование познавательных универсальных учебных действий при обучении математике // Тенденции и перспективы развития математического образования: материалы XXXIII Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педвузов. Киров: ВятГГУ, 2014. С. 238–240.
13. Подходова Н. С., Кококарь О. А., Фефилова Е. Ф. Реализация ФГОС ОО: новые решения в обучении математике: учебно-методическое пособие. С.-Петербург; Архангельск: КАРА, 2014. 255 с.

14. Пономарев Я. А. Развитие внутреннего плана действий в процессе обучения // Возрастные возможности усвоения знаний (младшие классы школы) / под ред. Д. Б. Эльконина, В. В. Давыдова. Москва: Просвещение, 1966. С. 395–441.
15. Слепкань З. И. Методическая система реализации развивающей функции обучения математике в средней школе: дис. ... д-ра пед. наук. Москва, 1987. 47 с.
16. Столяр А. А. Педагогика математики: курс лекций. Минск: Вышэйшая Школа, 1969.
17. Тестов В. А. Стратегия обучения математике: монография. Москва: Технологическая школа бизнеса. 1999. 303 с.
18. Тестов В. А. Основные проблемы развития математического образования // Образование и наука. № 4. 2014. С. 3–16.
19. Фундаментальное ядро общего среднего образования / под ред. В. В. Козлова, А. М. Кондакова. Москва: Просвещение, 2011.
20. Якиманская И. С. Развитие пространственного мышления школьников. Москва: Педагогика, 1980. 240 с.

## References

1. Atahanov R. A. K diagnostike razvitija matematicheskogo myshlenija. To diagnostics of development of mathematical thinking]. *Voprosy psichologii. [Psychology Questions]*. 1992. № 1–2. P. 60–67. (In Russian)
2. Bozhenkova L. I. Metodika formirovanija universal'nyh uchebnyh dejstvij (UUD) pri obuchenii geometrii. [Methodology of formation of the universal educational actions when training geometry]. Moscow: Publishing House BINOM; Laboratorija znanij. [Laboratory of Knowledge]. 2013. 205 p. (In Russian)
3. Gardner Martin. Est' ideja! [There is an idea!]. Moscow: Publishing House Mir. [World]. 1982. (In Russian)
4. Davydov V. V. Teorija razvivajushhego obuchenija. [The theory of the developing training]. Moscow, 1996. (In Russian)
5. Zajkin M. I. Treningovaja sluzhba v sisteme matematicheskogo obrazovaniya shkol'nikov. [Training service in system of mathematical education of school students]. *Matematicheskoe obrazovanie: tradicii i sovremennost': tezisy federal'noj nauchno-prakticheskoj konferencii. [Mathematical Education: Traditions and Present. Theses of Federal Scientific and Practical Conference]*. Nizhny Novgorod, 1997. P. 38–40. (In Russian)
6. Lazarev V. S. O formirovanii poznavatel'nyh dejstvij v uchebnoj dejatel'nosti. [Training service in system of mathematical education of school students]. *Mathematical education: traditions and present. Theses of Federal Scientific and Practical Conference. Pedagogika. [Pedagogy]*. 2014. № 6. P. 3–12. (In Russian)
7. Lazarev V. S. FGOS obshhego obrazovaniya: blesk deklaracij i perspektivy realizacii. [Federal State Educational Standard of the general education: gloss of declarations and prospect of realization]. *Pedagogika. [Pedagogy]*. 2015. № 4. P. 10–19. (In Russian)

8. Lerner I. Ja. Kachestva znanij uchashhihsja. [Qualities of knowledge of pupils]. Kakimi oni dolzhny byt'? [What they have to be?]. Moscow, 1979. (In Russian)

9. Markushevich A. I. Ob ocherednyh zadachah prepodavanija matematiki v shkole. [About immediate tasks of teaching mathematics at school]. *Matematika v shkole. [Mathematics at School]*. № 2. 1962. P. 3–14. (In Russian)

10. Najsser U. Poznanie i real'nost'. [Cognition and reality]. Moscow: Publishing House Progress, 1981. 230 p. (In Russian)

11. Podhodova N. S., Zlobina D. A. Osnovy razvitija umenija rabotat' s abstraktnym materialom kak odnoj iz metafunkcij matematiki. [Bases of development of ability to work with abstract material as one of metafunctions of mathematics]. *Obrazovanie, nauka i jekonomika v vuzah. [Education, science and economy in higher education institutions]. ntegracija v mezhdunarodnoe obrazovatel'noe prostranstvo: sbornik nauchnyh robot, predstavlennyh na Mezhdunarodnuju nauchno-prakticheskiju konferenciju. Integration into the International Educational Space. The Collection of the Scientific Works Presented on the International Scientific and Practical Conference]*. Plock: Szkola Wyzsza im. Pawla Wlodkowica w Plocku, 2010. (In Russian)

12. Podhodova N. S., Fefilova E. F. Formirovanie poznavatel'nyh universal'nyh uchebnyh dejstvii pri obuchenii matematike. [Formation informative universal educational action when training in mathematics]. *Tendencii i perspektivy razvitija matematicheskogo obrazovanija: materialy XXXIII Mezhdunarodnogo nauchnogo seminaru prepodavatelej matematiki i informatiki universitetov i pedvuzov. [Tendencies and Prospects of Development of Mathematical Education. Materials XXXIII of the International Scientific Seminar of Teachers of Mathematics and Informatics of Universities and Teacher Training Universities]*. Kirov: Vjatskij gosudarstvennyj gumanitarnyj universitet. [Vyatka State Humanities University]. 2014. P. 238–240. (In Russian)

13. Podhodova N. S., Kokokar' O. A., Fefilova E. F. Realizacija FGOS OO: novye reshenija v obuchenii matematike. [Realization of Federal State Educational Standard of the general education: new decisions in training in mathematics]. Saint-Petersburg; Arkhangelsk: Publishing House KARA, 2014. 255 p. (In Russian)

14. Ponomarev Ja. A. Razvitie vnutrennego plana dejstvii v processe obuchenija. [Development of the internal plan of action in the course of training]. *Vozrastnye vozmozhnosti usvoenija znanij (mladshie klassy shkoly). [Age opportunities of assimilation of knowledge (elementary grades of school)]*. Ed. by D. B. Jelkonin, V. V. Davydov. Moscow: Publishing House Prosveshhenie. [Enlightenment]. 1966. P. 395–441. (In Russian)

15. Slepkan' Z. I. Metodicheskaja sistema realizacii razvivajushhej funkcii obuchenija matematike v srednej shkole. [Methodological system of realization of the developing function of training in mathematics at high school]. Doct. diss. Moscow, 1987. 47 p. (In Russian)

16. Stoljar A. A. Pedagogika matematiki. [Pedagogy of mathematics]. Minsk: Publishing House Vyshhejschaja Shkola. [Higher School]. 1969. (In Russian)



17. Testov V. A. Strategija obuchenija matematike. [Strategy of training in mathematics]. Moscow: Publishing House Tehnologicheskaja shkola biznesa. [Technological business school]. 1999. 303 p. (In Russian)

18. Testov V. A. Osnovnye problemy razvitija matematicheskogo obrazovanija General tasks of mathematical education development. *Obrazovanie i nauka. Izv. UrO RAO. [Education and Science. News of Ural Branch of Russian Academy of Education]*. № 4. 2014. P. 3–16. (In Russian)

19. Fundamental'noe jadro obshhego srednego obrazovanija. [A fundamental kernel of the general secondary education]. Ed. by V. V. Kozlov, A. M. Kondakov. Moscow: Publishing House Prosveshhenie. [Enlightenment]. 2011. (In Russian)

20. Jakimanskaja I. S. Razvitie prostranstvennogo myshlenija shkol'nikov. [Development of spatial thinking of school students]. Moscow: Pedagogika. [Pedagogy]. 1980. 240 p. (In Russian)